



O PROBLEMA DE CARREGAMENTO DE CONTENTORES ? UMA NOVA ABORDAGEM BASEADA EM PROGRAMAÇÃO INTEIRA

CLÁUDIA RAQUEL OLIVEIRA GONÇALVES
outubro de 2019

O PROBLEMA DE CARREGAMENTO DE CONTENTORES – UMA NOVA ABORDAGEM BASEADA EM PROGRAMAÇÃO INTEIRA

Cláudia Raquel Oliveira Gonçalves

2019

Instituto Superior de Engenharia do Porto
Departamento de Engenharia Mecânica



O PROBLEMA DE CARREGAMENTO DE CONTENTORES – UMA NOVA ABORDAGEM BASEADA EM PROGRAMAÇÃO INTEIRA

Cláudia Raquel Oliveira Gonçalves
1161437

Dissertação apresentada ao Instituto Superior de Engenharia do Porto para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia e Gestão Industrial, realizada sob a orientação do Professor Doutor António Galrão Ramos.

2019

Instituto Superior de Engenharia do Porto
Departamento de Engenharia Mecânica

JÚRI

Presidente

Doutor Manuel Pereira Lopes

Professor Adjunto, Instituto Superior de Engenharia do Porto

Orientador

Doutor António Galvão Ramos

Professor Adjunto, Instituto Superior de Engenharia do Porto

Arguente

Doutora Elsa Silva

Professor Assistente, Universidade do Minho

AGRADECIMENTOS

Este trabalho de Mestrado foi uma longa viagem, com inúmeros desafios, tristezas, alegrias, incertezas que traçaram este percurso. Como em todos os percursos, há um conjunto de contributos de várias pessoas, indispensáveis para encontrar o melhor em cada momento desta viagem. Assim, destaco:

Um agradecimento especial ao meu orientador, Doutor António Galvão Ramos, a quem agradeço a orientação, com um interesse permanente, com uma visão crítica e oportuna, que passo a passo contribuíram para enriquecer todas as etapas do trabalho realizado.

Um agradecimento a todos os meus colegas de Mestrado, que juntos percorremos uma parte deste percurso juntos, partilhando o apoio, a motivação, os bons e maus momentos desta agradável experiência de aprendizagem.

Um agradecimento especial aos meus pais, Ana e Eduardo, ao meu irmão, Marco, e ao meu namorado, Rogério, pelos conselhos preciosos, nos bons e maus momentos, pela total disponibilidade e encorajamento naqueles momentos mais difíceis desta viagem, pelo companheirismo, generosidade e alegria que sempre brindaram na minha vida.

PALAVRAS CHAVE

Problema de carregamento de contentores, programação inteira, modelo clássico, novo modelo

RESUMO

A globalização económica transformou o mundo dos negócios, tornando-o mais competitivo e interligado. A importância da gestão da cadeia de abastecimento nesta rede, em particular, os transportes, torna-o um fator de importante estudo. Uma destas áreas de estudo é o problema de carregamento de contentores.

Partindo de um modelo matemático clássico do problema de carregamento de contentores, em particular, o problema de carregamento de paletes no interior de camiões, foi desenvolvido uma nova ferramenta de apoio à decisão, assente numa abordagem renovada de um modelo matemático, considerando um conjunto de restrições reais, atendendo às características do produto e da própria carga.

Esta nova abordagem aos modelos matemáticos existentes mostra-se uma alternativa viável à implementação, evidenciando resultados com performances semelhantes e cargas mais compactas.

Uma importante contribuição desta Dissertação é o desenvolvimento de uma nova ferramenta de apoio à decisão, assente num modelo matemático que se afere ser uma alternativa viável aos modelos matemáticos existentes e que se constitui como mais um contributo para a literatura académica aos modelos exatos já existentes.

KEYWORDS

Container loading problem, integer programming, Classical Mathematical Model, New Mathematical Model

ABSTRACT

Economic globalization has transformed the business world, making it more competitive and interconnected. The importance of supply chain management in this network, in particular transport, makes it an important study case. One such area of study is the container loading problem.

Starting from a classical mathematical model of the container loading problem, in particular, the pallet loading problem, a new decision support tool was developed, based on a renewed approach of a mathematical model, considering a set of actual restrictions, taking into account the characteristics of the product and the load.

This new approach to existing mathematical models proves to be a viable alternative to implementation, highlighting results with similar performances and more compact loads.

An important contribution of this work is the development of a new decision support tool, based on a mathematical model that seems to be a viable alternative to the existing mathematical models and which constitutes another contribution to the existing literature.

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

Lista de Abreviaturas

3D-SSSCSP	<i>Three-dimensional Single Stock Size Cutting Stock Problem</i>
CG	<i>Centro de gravidade</i>
CLP	<i>Container loading problem</i>
CSP	<i>Cutting Stock Problem</i>
DDE	<i>Discretization by Explicit Enumeration</i>
DDI	<i>Desenvolvimento das Instâncias (Algoritmo)</i>
DDP	<i>Discretization using Dinamic Programming</i>
IBM	<i>Internacional Business Management</i>
IIPP	<i>Identical Item Packing Problem</i>
MBSBPP	<i>Multiple Bin Size Bin Packing Problem</i>
MHKP	<i>Multiple Heterogeneous Knapsack Problem</i>
MHLOPP	<i>Multiple Heterogeneous Large Object Placement Problem</i>
MIKP	<i>Multiple Identical Knapsack Problem</i>
MILOPP	<i>Multiple Identical Large Object Placement Problem</i>
MSSCSP	<i>Multiple Stock Size Cutting Stock Problem</i>
ODP	<i>Open Dimension Problem</i>
ODP/S	<i>Open Dimension Problem Strongly Heterogeneous</i>
ODP/W	<i>Open Dimension Problem Weakly Heterogeneous</i>
OPL	<i>Optimization Programming Language</i>
PCE	<i>Problemas de Cortes e Empacotamento</i>
PP	<i>Placement Problem</i>
RBPP	<i>Residual Bin Packing Problem</i>
RCSP	<i>Residual Cutting Stock Problem</i>
SBSBPP	<i>Single Bin Size Bin Packing Problem</i>
SKP	<i>Single Knapsack Problem</i>
SLOPP	<i>Single Large Object Placement Problem</i>
SSSCSP	<i>Single Stock Size Cutting Stock Problem</i>
TIR	<i>Transporte Internacional Rodoviário</i>

Lista de Unidades

<i>Kg</i>	Quilogramas
<i>mm</i>	Milímetros
<i>s</i>	Segundos
<i>tnf</i>	Toneladas-força

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 - MÉTODOS DE RESOLUÇÃO EM INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL	18
FIGURA 2 - TIPOS DE BLOCOS	26
FIGURA 3 – CONFIGURAÇÃO DE UMA EUR1	30
FIGURA 4 - CONFIGURAÇÃO DE UMA PALETE EUR2	31
FIGURA 5 - REGIÃO DE POSSÍVEIS PONTOS DE DISCRETIZAÇÃO NO SISTEMA DE COORDENADAS xy	31
FIGURA 6 - ALOCAÇÃO DAS PALETES EUR1 NO ESPAÇO DE CARGA ÚTIL DO CONTENTOR (ADVANCED ON TRADE, 2017)	33
FIGURA 7 - ALOCAÇÃO DAS PALETES EUR2 NO ESPAÇO DE CARGA ÚTIL DO CONTENTOR (ADVANCED ON TRADE, 2017)	33
FIGURA 8 - TIPO DE BLOCOS	35
FIGURA 9 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO RESULTADO DO TESTE OBTIDO PELO MODELO CLÁSSICO, PARA A INSTÂNCIA "INSTANCIA_3_5"	45
FIGURA 10 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO RESULTADO DO TESTE OBTIDO PELO NOVO MODELO, PARA A INSTÂNCIA "INSTANCIA_3_5"	45
FIGURA 11 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO RESULTADO DO TESTE OBTIDO PELO MODELO CLÁSSICO, PARA A INSTÂNCIA "INSTANCIA_3_20"	47
FIGURA 12 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO RESULTADO DO TESTE OBTIDO PELO NOVO MODELO, PARA A INSTÂNCIA "INSTANCIA_3_20"	47

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 1 - CRITÉRIOS DE DEFINIÇÃO DOS PCE (WÄSCHER ET AL., 2007)	8
TABELA 2 - TIPOS DE PCE BÁSICOS (WÄSCHER ET AL., 2007)	9
TABELA 3 - TIPOS DE PROBLEMAS INTERMÉDIOS (WÄSCHER ET AL., 2007)	11
TABELA 4 - CATEGORIAS PRINCIPAIS DE RESTRIÇÕES: RESTRIÇÕES DE SEGURANÇA E RESTRIÇÕES DE LOGÍSTICA (RAMOS, OLIVEIRA, & LOPES, 2016)	14
TABELA 5 - RESUMO DA REVISÃO PELA LITERATURA ACADÊMICA DE ARTIGOS CIENTÍFICOS PUBLICADOS DESDE 2005 (AMOSTRA DE 10 ARTIGOS).....	19
TABELA 6 - ENQUADRAMENTO DO PCE AO PROBLEMA PROPOSTO	22
TABELA 7 - PARÂMETROS DO "MODELO CLÁSSICO"	24
TABELA 8 - CARACTERÍSTICAS DOS BLOCOS	27
TABELA 9 - PARÂMETROS DO "NOVO MODELO"	27
TABELA 10 - ALGORITMO DEE (ADAPTADO) (CINTRA ET AL., 2008)	32
TABELA 11 - DIMENSÕES E PESO DE UM CAMIÃO TIR (DIÁRIO DA RÉPÚBLICA, 2017).....	33
TABELA 12 - DIMENSÕES E PESO DO ESPAÇO DE CARGA DE UM CAMIÃO TIR (DIÁRIO DA RÉPÚBLICA, 2017).....	33
TABELA 13 - DIMENSÕES DAS PALETES (EPAL, 2019A) (EPAL, 2019B)	34
TABELA 14 - PESO MÉDIO, MÍNIMO E MÁXIMO DE CADA TIPO DE PALETE.....	34
TABELA 15 - ORIENTAÇÃO DAS PALETES	34
TABELA 16 - CARACTERÍSTICAS DOS BLOCOS.....	35
TABELA 17 - DADOS DOS PARÂMETROS PROCURA, PESO E TIPO DE PALETE DA INSTÂNCIA_2_2.....	36
TABELA 18 - MATRIZ T_{jb} DA INSTÂNCIA_2_2.....	36
TABELA 19 - MATRIZ ljg DA INSTÂNCIA_2_2	36
TABELA 20 - MATRIZ wjg DA INSTÂNCIA_2_2.....	36
TABELA 21 ALGORITMO DDI	37
TABELA 22 - INSTÂNCIAS GERADAS PARA O TESTE DOS MODELOS MATEMÁTICOS.....	39
TABELA 23 - RESULTADOS DOS TESTES EFETUADOS AOS MODELOS MATEMÁTICOS (MODELO MATEMÁTICO E NOVO MODELO)	40
TABELA 24 - NÚMERO DE PALETES E PESO DE CADA CAMIÃO DA INSTÂNCIA "INSTANCIA_3_5", PARA O "MODELO CLÁSSICO" E O "NOVO MODELO"	46
TABELA 25 - RESULTADOS OBTIDOS PARA A INSTÂNCIA "INSTANCIA_3_5"	46
TABELA 26 - NÚMERO DE PALETES E PESO DE CADA CAMIÃO DA INSTÂNCIA "INSTANCIA_3_20", PARA O "MODELO CLÁSSICO" E O "NOVO MODELO"	48
TABELA 27 - RESULTADOS OBTIDOS PARA A INSTÂNCIA "INSTANCIA_3_20"	48

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Enquadramento do tema	1
1.2	Objetivos do trabalho	2
1.3	Organização do texto	3
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1	Problemas de cortes e empacotamento	7
2.2	Problemas de carregamento de contentores	13
2.3	Restrições do problema de carregamento de contentores	13
2.3.1	Limite de peso	14
2.3.2	Orientação	14
2.3.3	Outras restrições práticas	15
2.3.4	Métodos de resolução	17
2.4	O problema de carregamento de contentores – uma revisão pela literatura académica	18
3	DESENVOLVIMENTO	22
3.1	Definição do problema	22
3.2	Modelo Clássico	23
3.3	Novo Modelo	26
3.4	Benchmark	30
3.4.1	Pontos de discretização	30
3.4.2	Camião	32
3.4.3	Palete	34
3.4.4	Bloco	35
3.4.5	Procura	35
3.4.6	Geração de uma instância	37
3.5	Teste	38
4	CONCLUSÕES	51
5	BIBLIOGRAFIA E OUTRAS FONTES DE INFORMAÇÃO	55

INTRODUÇÃO

1.1 Enquadramento do tema

1.2 Objetivos do trabalho

1.3 Organização do texto

1 INTRODUÇÃO

1.1 Enquadramento do tema

A globalização económica transformou o mundo dos negócios. Neste mundo, cada vez mais globalizado e competitivo, torna-se necessário o aperfeiçoamento de todos os aspetos do negócio, intentando a minimização dos custos e a otimização dos recursos envolvidos.

Com a globalização, uma política de compras à escala global torna o desafio de entregar o produto certo, ao cliente certo, na quantidade certa, no lugar certo, no tempo certo e ao custo certo uma questão central nas organizações atuais, constituindo um verdadeiro quebra-cabeças para estas organizações.

Da conjugação destes fatores revela-se a importância crescente da gestão da cadeia de abastecimento, nomeadamente o transporte, uma vez que este, além de ser um elemento essencial na cadeia de abastecimento, tem um impacto muito significativo nos custos dos produtos e na capacidade das organizações responderem eficientemente aos seus clientes.

Decorrente da globalização e da competitividade das empresas, estão disponíveis às organizações um leque de soluções de transporte e de recipientes para transportar a carga para os diferentes destinos e clientes. A uniformização da carga com recurso a soluções de transporte e de recipientes *standard*, como por exemplo, os contentores, os camiões TIR e as paletes, permitem um transporte mais global.

Os fatores de competitividade e de melhoria contínua dos processos resultam numa necessidade de um estudo aprofundado de todos os aspetos que envolvem o transporte. Exemplo destes estudos são a investigação operacional na área dos problemas de cortes e empacotamento. Estes estudos, apesar de serem realizados em ambiente académico, podem ser aplicados em ambiente real, auxiliando os gestores na tomada de decisões racionais, eficientes e eficazes.

O interesse no estudo dos problemas de cortes e empacotamento, nomeadamente, os problemas de carregamento de contentores, permite encontrar a melhor solução de alocação da carga no interior do camião, aproveitando da melhor forma o espaço de carga útil do camião e, conseqüentemente, a otimização dos custos.

Os problemas de carregamento de contentores pertencem a uma área de estudo ainda mais abrangente, os problemas de cortes e empacotamento. O problema de carregamento de contentores divide-se em duas áreas de estudo que se interrelacionam entre si: a primeira corresponde à construção de paletes, que permite agrupar pequenas caixas em camadas, constituindo uma paleta, e a segunda corresponde à alocação destas paletes construídas no interior do camião.

O foco deste trabalho centrar-se-á apenas na segunda área de estudo do problema de carregamento de contentores, tomando como já realizada a primeira área de estudo, relativa à construção de paletes. Na sua forma básica, o problema de carregamento de contentores, na sua forma tridimensional, é um problema que tem como objetivo encontrar a melhor configuração das paletes no espaço de carga útil do camião, tendo em consideração um conjunto de restrições que poderão surgir no mundo real.

O estudo deste tipo de problemas acarreta um conjunto de condicionantes que visam salvaguardar as pessoas, o ambiente, as infraestruturas de transporte, o meio de transporte e a carga transportada.

As restrições têm um elevado impacto nos padrões de acondicionamento e são tidas em conta na resolução do problema. Para solucionar estes problemas são utilizados métodos exatos (modelos matemáticos) e/ou métodos não-exatos (heurísticas ou meta-heurísticas).

Os métodos não-exatos são os mais utilizados pelos investigadores dos problemas de cortes e empacotamento. Estes métodos apresentam um melhor desempenho temporal na obtenção de uma solução face aos métodos exatos.

Nas abordagens aos métodos exatos, os investigadores buscam encontrar a melhor solução para o problema de carregamento de contentores, enquanto que nos métodos não-exatos, os investigadores buscam encontrar uma solução satisfatória para o problema.

1.2 Objetivos do trabalho

O problema de carregamento de contentores é um tema frequentemente trabalhado na literatura científica, influenciado por restrições reais, solucionadas por ferramentas de apoio à decisão, utilizando vários métodos de resolução, quer determinísticos, quer heurísticos.

O objetivo principal deste trabalho de Mestrado é desenvolver uma ferramenta de apoio à decisão com uma nova abordagem aos tradicionais modelos matemáticos de resolução dos problemas de carregamento de contentores.

Este trabalho partirá de um conjunto de pressupostos, trabalhados por um modelo de programação inteira, o modelo clássico e o novo modelo, tendo em conta as restrições de limite de peso e orientação, que advêm das características do produto e do transporte.

Os modelos matemáticos utilizados são testados em *software* de programação matemática da *International Business Management* (IBM), denominado por CPLEX, que gera uma solução ótima que minimiza o número de camiões necessários para acondicionar a carga procurada pelo cliente e definir os padrões da carga no camião.

A motivação para o estudo do tema da dissertação é reforçada pelos seguintes fatores: a necessidade, determinada pela crescente globalização dos mercados comerciais, de introduzir uma nova linha de resolução que tem em consideração as tais restrições, que poderão proporcionar um melhor aproveitamento do espaço de carga útil de um caminhão e melhorando os tempos de computação na geração da melhor solução das paletes no interior do caminhão. Além disso, a capacidade de memória e velocidade de cálculo hoje existentes nos computadores modernos permitem suportar metodologias de programação que necessitam de memorizar e processar grandes quantidades de informação.

1.3 Organização do texto

Esta dissertação está organizada em quatro capítulos. No primeiro capítulo é introduzido o tema deste trabalho. No segundo capítulo é realizada a revisão bibliográfica desta dissertação. No terceiro capítulo é exposto o desenvolvimento do problema em causa. E, por fim, no último capítulo são aferidas as conclusões do trabalho desenvolvido e as possíveis direções de investigação que poderão ser implementadas em trabalhos futuros.

No Capítulo 1, o tema da Dissertação é introduzido, descrevendo um enquadramento dos problemas de cortes e empacotamento, nomeadamente, o problema de carregamento de contentores, definido o objetivo do trabalho e descrita a forma como esta dissertação está organizada.

No Capítulo 2 é feita a Revisão Bibliográfica do tema desta Dissertação, onde são desenvolvidos os temas do problema de cortes e empacotamento e os problemas de carregamento de contentores. Os problemas de cortes e empacotamento são um tema muito estudado na investigação operacional, por isso, é realizada uma definição mais atual do conceito do problema, introduzindo as tipologias de problemas unificadas no artigo publicado, em Wäscher, Haußner, and Schumann (2007). Divergindo para uma área mais específica deste problema, é definido o problema de carregamento de contentores. Decorrente do problema são tidos em conta um conjunto de restrições, com maior detalhe, as restrições de limite de peso e de orientação e, ainda, menos pormenorizadas as restantes restrições abordadas na literatura generalizada. De forma a resolver os problemas de otimização combinatória são abordados os métodos de resolução de problemas: os métodos exatos e os métodos não-exatos. Por fim, é feita uma revista pela literatura mais recente relativa ao tema deste trabalho.

O Capítulo 3 prende-se, sobretudo, pelo Desenvolvimento do problema. São formulados detalhadamente os modelos matemáticos para a resolução do problema de carregamento de contentores e as condições que os mesmos se encontram

sujeitos. Descreve-se o problema e a formulação matemática, detalhando os parâmetros, as variáveis e o modelo matemático, tanto para o modelo clássico como para o novo modelo. É, ainda, descrito o *benchmark* e os testes realizados para testar os modelos, recorrendo ao *software* CPLEX.

Por último, no Capítulo 4 enuncia-se uma síntese do trabalho e apresenta-se as conclusões que se extraíram da investigação desenvolvida para a resolução do problema de carregamento de contentores. Aponta-se, ainda, algumas direções futuras em que pode ser desenvolvida investigação de interesse relevante para o problema.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

- 2.1 Problemas de cortes e empacotamento
- 2.2 Problemas de carregamento de contentores
- 2.3 Restrições do problema de carregamento de contentores
 - 2.3.1 Limite de peso
 - 2.3.2 Orientação
 - 2.3.3 Outras restrições práticas
 - 2.3.4 Métodos de resolução
- 2.4 O problema de carregamento de contentores – uma revisão pela literatura académica

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Problemas de cortes e empacotamento

A globalização da economia conduziu a um aumento da competitividade e a um aumento da pressão sobre os custos, apresentando-se, assim, como um grande desafio às empresas que optam pela internacionalização dos seus produtos.

Neste mundo empresarial globalizado e competitivo, torna-se necessário o aperfeiçoamento de todos os aspetos envolvidos no negócio, de forma a minimizar os custos e a otimizar os recursos utilizados.

As empresas procuram entregar o produto certo, para o cliente certo, na quantidade certa, na condição certa, no lugar certo, no tempo certo e ao custo certo. Nesta equação, o transporte, em particular, o transporte internacional, responsável pela movimentação física dos materiais entre os diferentes mercados, é um serviço bastante dispendioso.

As melhores soluções de transporte contribuem para um aumento da competitividade e diminuem a pressão sobre os custos, e daí a crescente importância do estudo dos Problemas de Cortes e Empacotamento (PCE), ou *packing and cutting problems*, na sua tradução anglo-saxónica.

Os PCE, quer pela sua aplicabilidade na vida real, quer pelo seu interesse académico, é um dos temas mais investigados no âmbito da investigação operacional.

O primeiro trabalho de definição das tipologias dos PCE foi apresentado no artigo “*A typology of cutting and packing problems*”, por Harald Dyckhoff, publicado em 1990. Este autor estruturou os conceitos que eram objeto de estudo na literatura e compilou-os neste artigo, apresentando o primeiro *standard* deste tipo de problemas (Wäscher et al., 2007).

Volvidos 17 anos, foi proposta uma nova tipologia que permite a sistematização e categorização de todos os PCE, de forma a acomodar os mais recentes desenvolvimentos na área. Esta tipologia foi proposta por Wäscher et al. (2007), conforme é apresentada de seguida.

O PCE é definido como um problema de uma, duas, três ou n dimensões, selecionando um ou mais subconjuntos de pequenos itens e atribuí-los a cada um dos grandes objetos, de tal forma que todos os pequenos itens fiquem no interior dos grandes objetos e estes não se sobreponham uns aos outros, e obtendo uma função objetivo otimizada (Wäscher et al., 2007).

Os critérios de definição dos PCE, introduzidos por (Wäscher et al., 2007), são seis e referem-se à dimensionalidade, ao tipo de atribuição, à variedade dos pequenos itens, à variedade de grandes objetos, à forma dos pequenos itens e, por fim, aos tipos de problemas. Estes critérios são exemplificados na Tabela 1.

Tabela 1 - Critérios de definição dos PCE (Wäscher et al., 2007)

Critério	Descrição
Dimensionalidade	Uma, duas, três ou n dimensões
Tipo de atribuição	Maximização do <i>output</i> Minimização do <i>input</i>
Variedade de pequenos itens	Itens idênticos Itens fracamente heterogêneos Itens fortemente heterogêneos
Variedade de grandes objetos	Um objeto: de dimensões fixas ou variáveis Vários objetos: idênticos, fracamente heterogêneos e fortemente heterogêneos
Forma dos pequenos itens	Regular, ortogonal e irregular
Tipos de problemas	Básicos, intermédios e refinados

Quanto à **dimensionalidade**, na literatura, os PCE podem ter uma, duas, três ou n dimensões (Wäscher et al., 2007).

No que se refere ao **tipo de atribuição**, o trabalho de Wäscher et al. (2007), são definidos dois tipos de atribuição: a maximização do *output* e a minimização do *input*. Os problemas de maximização do *output* são “um conjunto de pequenos itens atribuídos a um dado conjunto de grandes objetos”, tendo como objetivo, atribuir o máximo de pequenos itens a um grande item. Os problemas de minimização do *input* são “um conjunto de pequenos itens atribuídos a um conjunto de grandes objetos”, tendo por objetivo, minimizar o número de grandes objetos necessários para acomodar todos os pequenos itens.

Quanto à **variedade de pequenos itens**, distinguem-se entre itens idênticos, itens fracamente heterogêneos e itens fortemente heterogêneos. Os itens idênticos caracterizam-se por ter a mesma forma e o mesmo tamanho. Os pequenos itens fracamente heterogêneos caracterizam-se por serem idênticos na forma e no tamanho. Os pequenos itens fortemente heterogêneos caracterizam-se por muitos poucos elementos serem idênticos na forma e no tamanho (Wäscher et al., 2007).

Quanto à **variedade de grandes objetos**, os PCE podem ser tratados com apenas um grande objeto ou vários grandes objetos. Nos problemas com apenas um grande objeto, estes podem assumir dimensões fixas ou dimensões variáveis. Nos problemas com múltiplos grandes objetos, estes podem ser idênticos, fracamente heterogêneo e fortemente heterogêneo (Wäscher et al., 2007).

Quanto à **forma dos pequenos itens**, os pequenos itens podem assumir uma forma regular, uma forma ortogonal (como retângulos, círculos, caixas, cilindros, bolas, etc.) e formas irregulares (Wäscher et al., 2007).

Quanto ao **tipo de problemas** distinguem-se três tipos de problemas: os problemas básicos, os problemas intermédios que derivam dos problemas básicos e os problemas refinados, que por sua vez também derivam dos problemas intermédios (Wäscher et al., 2007).

Os PCE são resultado da combinação de dois critérios: o critério **tipo de atribuição**, maximização do *output* ou minimização do *input*, e o critério **variedade de pequenos itens**, itens idênticos, itens fortemente heterogêneos e itens fracamente heterogêneos. Estas combinações de critérios resultam nos PCE básicos representados na Tabela 2.

Tabela 2 - Tipos de PCE básicos (Wäscher et al., 2007)

Tipo de atribuição	Variedade de pequenos itens	Problema básico
Maximização do <i>output</i>	Idênticos	<i>Identical Item Packing Problem (IIPP)</i>
	Fracamente heterogêneos	<i>Placement Problem (PP)</i>
	Fortemente heterogêneos	<i>Knapsack Problem (KP)</i>
Minimização do <i>input</i>	Arbitrária (dimensões variáveis)	<i>Open Dimension Problem (ODP)</i>
	Fracamente heterogêneos	<i>Cutting Stock Problem (CSP)</i>
	Fortemente heterogêneos	<i>Bin Packing Problem (BPP)</i>

Nos problemas de maximização do *output*, os grandes objetos são limitados, não permitindo acomodar todos os pequenos itens. Como os pequenos itens devem ser maximizados, todos os grandes objetos serão usados. Wäscher et al. (2007) distingue, dentro dos tipos de PCE básicos (Tabela 2), os problemas:

- **Identical Item Packing Problem (IIPP)**: consiste em atribuir o maior número possível de pequenos itens idênticos, a um número limitado de grandes objetos;
- **Placement Problem (PP)**: consiste em atribuir o maior número de pequenos itens fracamente heterogêneos, a um número limitado de grandes objetos;

- **Knapsack Problem (KP)**: consiste em atribuir o maior número de pequenos itens fortemente heterogêneos, a um número limitado de grandes objetos.

Nos problemas de minimização do *input*, os grandes objetos são ilimitados e são suficientes para acomodar todos os pequenos itens, sendo a procura dos pequenos itens totalmente satisfeita. No artigo de Wäscher et al. (2007), os autores distinguem três tipos de PCE básicos de minimização do *input* (Tabela 2):

- **Open Dimension Problem (ODP)**: consiste em acomodar um conjunto de pequenos itens, num número ilimitado de grandes objetos, que é caracterizado por, pelo menos, uma dimensão variável. Este tipo de problema pode ainda ser subdividido em *open dimension problem weakly heterogeneous (ODP/W)*, com uma seleção de pequenos itens fracamente heterogêneos, e *open dimension problem strongly heterogeneous (ODP/S)*, com uma seleção de pequenos itens fortemente heterogêneos (Bortfeldt & Wäscher, 2013);
- **Cutting Stock Problem (CSP)**: consiste em acomodar um conjunto de pequenos itens fracamente heterogêneos, num número ilimitado (mas minimizado) de grandes objetos de dimensões fixas;
- **Bin Packing Problem (BPP)**: consiste em acomodar um conjunto de pequenos itens fortemente heterogêneos, num número ilimitado (mas minimizado) de grandes objetos de dimensões fixas.

Outros PCE identificados no artigo de Wäscher et al. (2007) são os PCE intermédios. Estes problemas são utilizados para definir tipos de problemas homogêneos, acrescentando aos critérios definidos nos PCE básicos, o critério **variedade de grandes objetos**, um ou mais múltiplos grandes objetos, como identificados na Tabela 3.

Tabela 3 - Tipos de problemas intermédios (Wäscher et al., 2007)

Tipo de atribuição	Variedade de pequenos itens	Variedade de grandes objetos	Problema intermédio
Maximização do output	Idênticos	Um	<i>Identical Item Packing Problem (IIPP)</i>
		Um	<i>Single Large Object Placement Problem (SLOPP)</i>
	Fracamente heterogéneos	Idênticos	<i>Multiple Identical Large Object Placement Problem (MILOPP)</i>
		Heterogéneos	<i>Multiple Heterogeneous Large Object Placement Problem (MHLOPP)</i>
	Fortemente heterogéneos	Um	<i>Single Knapsack Problem (SKP)</i>
		Idênticos	<i>Multiple Identical Knapsack Problem (MIKP)</i>
		Heterogéneos	<i>Multiple Heterogeneous Knapsack Problem (MHKP)</i>
		Idênticos	<i>Single Stock Size Cutting Stock Problem (SSSCSP)</i>
Minimização do input	Fracamente heterogéneos	Idênticos	<i>Single Stock Size Cutting Stock Problem (SSSCSP)</i>
		Fracamente heterogéneos	<i>Multiple Stock Size Cutting Stock Problem (MSSCSP)</i>
		Fortemente heterogéneos	<i>Residual Cutting Stock Problem (RCSP)</i>
	Fortemente heterogéneos	Idênticos	<i>Single Bin Size Bin Packing Problem (SBSBPP)</i>
		Fracamente heterogéneos	<i>Multiple Bin Size Bin Packing Problem (MBSBPP)</i>
		Fortemente heterogéneos	<i>Residual Bin Packing Problem (RBPP)</i>

Adicionado o critério variedade de grandes objetos aos critérios dos PCE básicos, resultam os seguintes tipos PCE intermédios (Wäscher et al., 2007):

- **Identical Item Packing Problem (IIPP):** consiste em atribuir o maior número possível de pequenos itens idênticos, a um único grande objetos;

- **Single Large Object Placement Problem (SLOPP)**: consiste em atribuir o maior número de pequenos itens fracamente heterogêneos, a um único grande objeto;
- **Multiple Identical Large Object Placement Problem (MILOPP)**: consiste em atribuir o maior número de pequenos itens fracamente heterogêneos, a múltiplos idênticos grandes objetos;
- **Multiple Heterogeneous Large Object Placement Problem (MHLOPP)**: consiste em atribuir o maior número de pequenos itens fracamente heterogêneos, a múltiplos heterogêneos grandes objetos;
- **Single Knapsack Problem (SKP)**: consiste em atribuir o maior número de pequenos itens fortemente heterogêneos, a um único grande objetos;
- **Multiple Identical Knapsack Problem (MIKP)**: consiste em atribuir o maior número de pequenos itens fortemente heterogêneos, a múltiplos idênticos grandes objetos;
- **Multiple Heterogeneous Knapsack Problem (MHKP)**: consiste em atribuir o maior número de pequenos itens fortemente heterogêneos, a múltiplos heterogêneos grandes objetos;
- **Single Stock Size Cutting Stock Problem (SSSCSP)**: consiste em acomodar um conjunto de pequenos itens fracamente heterogêneos, a um único grande objeto;
- **Multiple Stock Size Cutting Stock Problem (MSSCSP)**: consiste em acomodar um conjunto de pequenos itens fracamente heterogêneos, a múltiplos grandes objetos fracamente heterogêneos;
- **Residual Cutting Stock Problem (RCSP)**: consiste em acomodar um conjunto de pequenos itens fracamente heterogêneos, a múltiplos grandes objetos fortemente heterogêneos;
- **Single Bin Size Bin Packing Problem (SBSBPP)**: consiste em acomodar um conjunto de pequenos itens fortemente heterogêneos, a um grande objeto idêntico;
- **Multiple Bin Size Bin Packing Problem (MBSBPP)**: consiste em acomodar um conjunto de pequenos itens fortemente, em múltiplos grandes objetos fracamente heterogêneos;
- **Residual Bin Packing Problem (RBPP)**: consiste em acomodar um conjunto de pequenos itens fortemente heterogêneos, em múltiplos grandes objetos fortemente heterogêneos.

Os PCE refinados são obtidos acrescentando aos três critérios anteriores – tipo de atribuição, variedade de pequenos itens e variedade de grandes objetos –, o critério **dimensionalidade** – unidimensional, bidimensional, tridimensional ou n – dimensional (Wäscher et al., 2007).

2.2 Problemas de carregamento de contentores

O problema de carregamento de contentores, ou na sua tradução anglo-saxónica, *container loading problem* (CLP) é um problema de otimização combinatória, pertencente à classe dos PCE (Ramos, Silva, & Oliveira, 2018).

O objetivo primordial do CLP, em particular, do problema tridimensional, é encontrar o melhor padrão de carregamento das paletes dentro do camião, de acordo com o objetivo do problema de atribuição (Junqueira, Morabito, & Yamashita, 2012).

2.3 Restrições do problema de carregamento de contentores

Centrando o estudo deste trabalho no estudo do CLP, nomeadamente o carregamento das paletes no interior do camião, este acarreta um conjunto de condicionantes do mundo real, que afetam o modo como a carga é acondicionada no interior do contentor.

As restrições impostas neste problema denotam-se como importantes, uma vez que, a carga não deve ficar danificada durante o transporte, a segurança do veículo de transporte e das pessoas deve ser tida em conta, quer nas operações de carga e/ou descarga, quer durante o transporte (Ramos, Oliveira, Gonçalves, & Lopes, 2016).

As restrições podem ser tratadas com restrições do tipo *hard* e do tipo *soft*. As restrições *hard* são restrições que devem ser totalmente satisfeitas. Por seu lado, as restrições do tipo *soft* são restrições tidas em conta na formulação do problema, mas são toleradas (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

No artigo de Ramos et al., 2016, as restrições identificadas na literatura foram divididas em duas categorias principais: as **restrições de segurança** e as **restrições de logística** (Tabela 4). As restrições de segurança dizem respeito à integridade da carga e do veículo de transporte e da segurança de todos os envolvidos durante as operações de carga e/ou descarga. As restrições de logística dizem respeito às decisões relacionadas com as propriedades físicas da carga e do veículo de transporte.

Tabela 4 - Categorias principais de restrições: restrições de segurança e restrições de logística (Ramos, Oliveira, & Lopes, 2016)

Restrições de segurança	Restrições de logística
Limite de peso	
Distribuição de peso	Carregamento prioritário
Orientação	Envios completos
Empilhamento	Alocação
Posicionamento (físico)	Posicionamento (cliente)
Estabilidade	

Neste trabalho serão desenvolvidas em maior detalhe as restrições limite de peso e orientação. As restantes restrições identificadas na Tabela 4 serão tratadas em menor detalhe.

2.3.1 Limite de peso

O caminhão (ou outro veículo de transporte), de acordo com as suas características, tem um limite máximo de peso que pode suportar. Este limite define o peso máximo que pode ser carregado no interior de um caminhão (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

O limite de peso é uma restrição muito restritiva mais até que, por vezes, o espaço disponível do caminhão. Esta restrição é, por isso, uma restrição do tipo *hard* (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

Exceder o limite de peso suportado pode causar danos no veículo de transporte, na segurança daqueles que partilham o espaço de transporte, as rodovias e aqueles que manobram as operações de carga e/ou descarga das mercadorias (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

2.3.2 Orientação

Na literatura é possível identificar dois tipos de orientação: a orientação vertical e a orientação horizontal. Esta restrição é tratada como uma restrição do tipo *hard* (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

A orientação vertical define-se como a orientação que um determinado objeto ortogonal pode assumir e, escolhida uma orientação, é definida a altura do item. Por exemplo, do ponto de vista ortogonal, assume-se seis orientações possíveis (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

A orientação horizontal define-se como as duas orientações possíveis que uma palete pode ser carregada por um empilhador ou outro meio de carregamento (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

Na literatura é comum que uma orientação vertical seja permitida, enquanto as rotações de 90° na horizontal são permitidas. Contudo, na revisão da literatura desenvolvida por Bortfeldt and Wäscher (2013) são identificados cinco casos de restrição de orientação:

1. Apenas uma orientação vertical e horizontal é permitida, isto é, as caixas não podem ser rodadas;
2. Apenas uma orientação vertical é permitida e a orientação horizontal é livre. Normalmente, neste caso, é inscrito na caixa a designação *"This way up!"*;
3. Não há restrições de orientação, mas até duas orientações verticais podem ser limitadas e a orientação horizontal é livre;
4. Não há restrições de orientação, as até cinco orientações verticais podem ser limitadas e a orientação horizontal é livre;
5. Não há restrições de orientação vertical e horizontal, isto é, as caixas podem ser rodadas livremente.

As restrições de orientação vertical e horizontal são impostas para impedir que a carga seja danificada e garantir a estabilidade da carga durante o transporte (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

2.3.3 Outras restrições práticas

As **restrições de empilhamento** ou **restrições de suporte de carga** definem-se como a forma com que os itens são colocados uns em cima dos outros, de acordo com as características do próprio item. Esta restrição limita o número de itens empilhados, limitando o peso máximo que pode ser aplicado a um item. As restrições de empilhamento são impostas para evitar danos causados na embalagem e/ou nos próprios itens (Alonso, Alvarez-Valdes, Iori, Parreño, & Tamarit, 2017).

As restrições relativas à **distribuição do peso**, ou também conhecida na literatura especializada como balanceamento da carga, é imposta para assegurar uma distribuição do peso uniformemente ao longo do comprimento do camião (Eley, 2002). Relaciona-se com a posição relativa do centro de gravidade da carga e o ponto médio geométrico do camião (ou outro veículo de transporte). Esta restrição, apesar de importante no tratamento de um CLP, é considerada, pela maioria dos autores, uma restrição do tipo *soft* (Alonso et al., 2017).

Na literatura especializada, o centro de gravidade deve estar localizado o mais baixo possível, isto é, os itens mais pesados devem estar localizados na parte inferior do espaço de carga e os itens mais leves na parte superior. Além disso, o centro de gravidade deve estar localizado no centro geométrico, ou próximo deste, do veículo de transporte (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

As restrições de **estabilidade** dividem-se em duas vertentes: a estabilidade vertical (ou estabilidade estática) e a estabilidade horizontal (ou estabilidade dinâmica), isto é, a estabilidade da carga durante as operações de carga e/ou descarga e a estabilidade da carga durante o transporte (Ramos et al., 2016).

A **estabilidade vertical** relaciona-se com a capacidade das caixas carregadas de estarem em equilíbrio quando o veículo de transporte está em movimento, de forma a evitar danos nas operações de carga e/ou descarga. Por outras palavras, diz respeito à capacidade das caixas carregadas suportarem a força da gravidade que atua sobre elas, exigindo que a carga seja suportada, total ou parcialmente, pelo piso do camião (ou outro veículo de transporte) ou por um espaço uniforme, no mesmo nível (Alonso et al., 2017; Bortfeldt & Wäscher, 2013).

A **estabilidade horizontal** relaciona-se com a capacidade de as caixas carregadas não serem deslocadas, quando o veículo de transporte está em movimento, isto é, a capacidade que as caixas carregadas têm de suportar a inércia dos seus próprios corpos e não serem deslocadas em relação aos eixos x e y (Alonso et al., 2017).

A estabilidade é considerada uma das restrições mais importantes na resolução de um PCE, sendo considerada uma restrição do tipo *hard*. Cargas instáveis causariam danos nos itens e nas operações de carga e/ou descarga da mercadoria e danos para o veículo durante o transporte (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

As restrições de **posicionamento** dividem-se em restrições de posicionamento absoluto ou restrições de posicionamento físico, em restrições de posicionamento relativo ou restrições de posicionamento do cliente e em restrições de posicionamento que combinam as duas, as restrições *multidrop* (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

As restrições de **posicionamento físico** referem-se à forma como os itens são acondicionados, impostas pelo tamanho, pelo peso ou pelo conteúdo do item (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

As restrições de **posicionamento do cliente** referem-se à área que os itens são colocados para um determinado cliente, facilitando as operações de carga e/ou descarga ou exigências impostas para que certos itens não sejam colocados próximos a outros itens (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

As restrições de **posicionamento multidrop** definem a localização dos itens no interior do contentor e a sequência de entrega aos clientes (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

O espaço disponível para acomodar os itens no caminhão é limitado, não sendo suficiente para acomodar todos os pequenos itens, sendo necessário decidir quais é que devem ser carregados. A estas restrições designam-se de **restrições de prioridade de carregamento**. Existem duas classes de prioridade no carregamento: a classe de prioridade alta e a classe de prioridade baixa. Os itens classificados com prioridade alta devem ser carregados em detrimento dos itens classificados com menor prioridade, ao passo que, os itens classificados com prioridade baixa devem ser carregados quando já todos os itens prioritários tenham sido carregados (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

As **restrições de envio completo** definem a forma como a carga deve ser acomodada no interior do contentor da melhor maneira possível, sujeita a duas condições: (i) se um item de um subconjunto foi carregado, então, todos os outros pertencentes ao subconjunto devem ser carregados e (ii) se nenhum item de um subconjunto foi carregado, todos os outros não devem ser carregados (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

As **restrições de alocação** definem a forma como a carga deve ser alocada no caminhão. Distinguem-se dois subtipos de restrições de alocação: a restrição de conectividade e as restrições de separação. A restrição de conectividade define como determinados itens devem ser enviados para o mesmo destino ou para destinos diferentes. A restrição de separação exige que determinados itens não sejam carregados no mesmo caminhão (Bortfeldt & Wäscher, 2013).

2.3.4 Métodos de resolução

A crescente investigação operacional sobre os CLP envolve a necessidade de produzir soluções de elevada qualidade, que se traduzem em extensos e complexos problemas, podendo ser abordados de maneira diferente pelos investigadores.

Distinguem-se dois métodos de abordagem aos problemas de investigação operacional: os **métodos exatos** e os **métodos não-exatos**. Na literatura de investigação, os métodos heurísticos e os métodos meta-heurísticos são preteridos aos métodos exatos, devido à sua facilidade de computação e obtenção rápida de resultados (Zhao, Bennell, Bektaş, & Dowsland, 2016).

Os métodos exatos, menos estudados nos trabalhos de investigação operacional, são problemas de otimização combinatória, com o objetivo de encontrar a solução ótima do problema (Zhao et al., 2016).

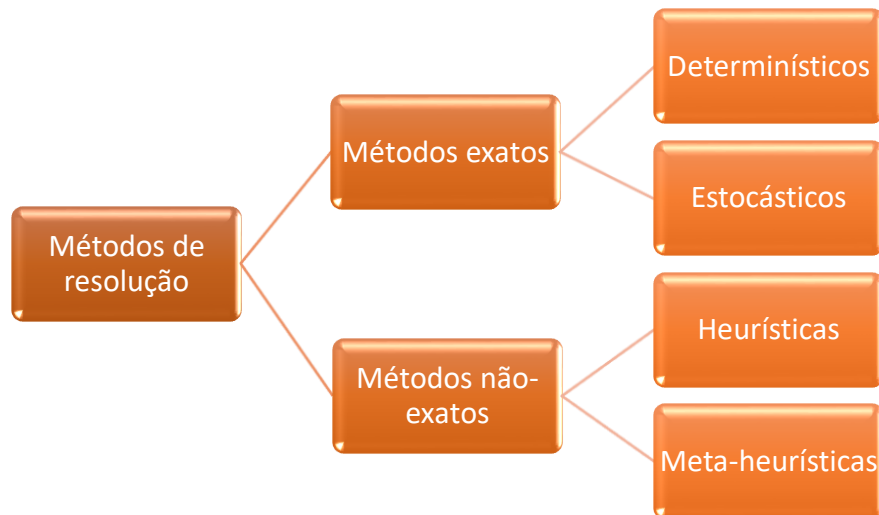


Figura 1 - Métodos de resolução em investigação operacional

Os métodos exatos podem ser subdivididos em metodologias determinísticas e metodologias estocásticas (Figura 1). A metodologia determinística obtém a solução ótima sem necessitar de considerar a componente aleatória das variáveis associadas a vários cenários. A metodologia estocástica determina a solução ótima considerando a componente aleatória das variáveis associadas a vários cenários, sendo associada a uma medida probabilística de possibilidade de ocorrência (Birge & Louveaux, 2011). Os métodos não exatos podem subdividir-se em heurísticas e meta-heurísticas (Figura 1). As heurísticas são métodos que criam e elaboram um algoritmo de acordo com um objetivo pré-definido. As meta-heurísticas são uma variante das heurísticas, que objetivam a exploração de forma efetiva e eficiente de melhores soluções, usando estratégias de intensificação e diversificação (Ramos et al., 2016).

2.4 O problema de carregamento de contentores – uma revisão pela literatura académica

Numa pesquisa pela literatura académica sobre os CLP deteta-se que a maioria dos problemas tratados são resolvidos recorrendo a métodos não-exatos, nomeadamente, com recursos a métodos heurísticos.

Tabela 5 - Resumo da revisão pela literatura académica de artigos científicos publicados desde 2005 (amostra de 10 artigos)

Publicação	Método de resolução
(Alonso et al., 2017)	Modelo matemático linear inteiro
(Ramos et al., 2018)	Algoritmo genético
(Zheng, Chien, & Gen, 2015)	Algoritmo genético
(A Galvão Ramos et al., 2016)	Heurística
(Tian, Zhu, Lim, & Wei, 2016)	Heurística
(Ramos, Oliveira, Gonçalves, & Lopes, 2015)	Heurística
(Toffolo, Esprit, Wauters, & Berghe, 2017)	Heurística multifaseada
(Huang, Hwang, & Lu, 2016)	Heurística
(Lurkin & Schyns, 2015)	Modelo matemático linear inteiro misto
(Sheng et al., 2017)	Algoritmo
(Sheng et al., 2017)	Revisão de literatura

A Tabela 5 resume uma pesquisa pela literatura académica de artigos publicados, desde 2015, assente no tema “*container loading problem*”. Nestes primeiros 10 artigos da pesquisa são apresentados 8 artigos que resolveram os seus problemas recorrendo a métodos não-exatos, 1 artigo em que os autores resolveram o seu problema recorrendo a métodos exatos e 1 artigo sobre revisão de literatura do tema.

Esta pesquisa ilustra os muitos artigos existentes na investigação operacional sobre o CLP, refletindo que a maioria recorre a métodos não-exatos, pelas razões invocadas anteriormente.

DESENVOLVIMENTO

3.1 Definição do problema

3.2 Modelo Clássico

3.3 Novo Modelo

3.4 Benchmark

3.4.1 Pontos de discretização

3.4.2 Camião

3.4.3 Palete

3.4.4 Bloco

3.4.5 Procura

3.4.6 Geração de uma instância

3.5 Teste

3 DESENVOLVIMENTO

3.1 Definição do problema

O problema de carregamento de paletes em caminhões consiste em selecionar quais e onde localizar as paletes num caminhão, com o objetivo de maximizar o espaço utilizado no caminhão e, por interpolação, minimizar o número de caminhões necessários para transportar a carga desejada pelo cliente, tendo em consideração as restrições que o veículo e a carga estão sujeitos.

Dado um caminhão com dimensões e características conhecidas, e vários itens paralelepípedicos (paletes) de dimensões inferiores às do caminhão e previamente conhecidos, pretende-se minimizar o número de caminhões necessários para transportar a carga.

As paletes têm dimensões e características semelhantes. Para além do arranjo geométrico da paleta no interior do caminhão, existem restrições que têm de ser consideradas, nomeadamente, as restrições de limite de peso e de orientação, de forma a garantir a segurança de todos os envolvidos nas operações de carga e/ou descarga e evitar que a carga fique danificada no transporte.

Enquadrando o problema com o PCE, descrito no Subcapítulo 2.1, e seguindo a metodologia dos PCE desenvolvido por Wäscher et al. (2007), este problema é um *Three-dimensional Single Stock Size Cutting Stock Problem* (3D – SSSCSP).

Tabela 6 - Enquadramento do PCE ao problema proposto

Critério	Descrição
Dimensionalidade	Tridimensional
Tipo de atribuição	Minimização do <i>input</i>
Variedade de pequenos artigos	Fracamente heterogêneos
Variedade de grandes artigos	Idênticos
Forma de pequenos artigos	Ortogonal (paletes)
Tipo de PCE	PCE refinado

Conforme a Tabela 6, o problema proposto neste trabalho de Dissertação é um problema tridimensional.

Apesar dos modelos matemáticos apresentados *à posteriori* neste trabalho serem tratados como um problema bidimensional na sua formulação matemática, estes são problemas tridimensionais, uma vez que a dimensão “altura” é considerada igual para todas as paletes, devido às próprias características do produto paletizado.

Este problema tem como objetivo minimizar o *input*, cuja finalidade é minimizar o número de camiões utilizados. Os pequenos itens, as paletes, são fracamente heterogéneas, caracterizando-se por serem idênticos na forma e no tamanho, mas poderão requerer diferentes orientações. Apresentam, ainda, uma forma ortogonal. Os grandes objetos, os camiões, são idênticos entre si na forma e no tamanho.

3.2 Modelo Clássico

A encomenda enviada para um cliente é composta por uma lista de produtos, $j \in J$, empilhados em s tipos de paletes pré-estabelecidos, $s \in S$ que tem de ser totalmente satisfeita. Cada paleta do produto j , com dimensões pré-determinadas (l_j, w_j, h_j) , com uma procura de n_j unidades, cada uma com um peso q_j . As paletes são carregadas nos camiões.

A companhia de transportes tem um conjunto k de camiões idênticos, largos o suficiente para carregar todas as paletes. Cada camião tem um espaço de carga com dimensões (L, W, H) e um peso máximo Q . As posições são definidas começando de frente para a traseira do camião, definindo (p^x, p^y) as coordenadas dos pontos de inserção de uma paleta no interior do camião.

Ao modelo matemático que é apresentado de seguida, a qual foi designado de “Modelo Clássico”, foi formulado seguindo a formulação matemática descrita no trabalho de Alonso et al. (2017).

De seguida, é apresentada a formulação matemática do “Modelo Clássico”, expondo os parâmetros do modelo (Tabela 7), as variáveis do modelo e as restrições deste modelo (1) - (10).

Tabela 7 - Parâmetros do "Modelo Clássico"

Parâmetros	Descrição
J	Conjunto de tipos de produtos
n_j	Número de paletes requeridas para o produto j (procura)
q_j	Peso de uma paleta do produto j
(l_j, w_j)	Dimensões de uma paleta do produto j
(L, W, H)	Dimensões do espaço de carga de um caminhão
Q	Máximo de peso suportado pelo caminhão
(p_j^x, p_j^y)	Coordenadas de carregamento da paleta do produto j
P_j^x	Conjunto de possíveis coordenadas do produto j no eixo x
P_j^y	Conjunto de possíveis coordenadas do produto j no eixo y
$\max s$	Número máximo de paletes admissíveis num caminhão
G_j	Conjunto de tipos de orientações de uma paleta
l_{jg}	Matriz de avaliação do comprimento dos produtos j na orientação g
w_{jg}	Matriz de avaliação da largura dos produtos j na orientação g
L_{init}	Limite inferior do número de caminhões necessários

As variáveis do "Modelo Clássico" são:

$$x_{jgp^x p^y k} = \begin{cases} 1, & \text{se o produto do tipo } j \text{ na orientação } g \text{ tem o vértice inferior} \\ & \text{esquerdo localizado na posição } (p^x, p^y) \text{ do caminhão } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$, j \in J, g \in G, p^x \in P^x, p^y \in P^y, k \in K$$

$$y_k = \begin{cases} 1, & \text{se o caminhão } k \text{ é usado} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}, k \in K$$

$$M_k: \text{número de paletes no último caminhão, } k \in K, k \leq L_{init}$$

E as restrições do modelo:

$$\text{minimizar } z = \sum_{k \in K} y_k \times \max s + \sum_{k \in K: k \geq L_{init} \wedge k < K} M_k \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{g \in G_j} \sum_{p^x \in P_j^x} \sum_{p^y \in P_j^y} \sum_{k \in K} x_{jgp^x p^y k} = n_j, j \in J \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{g \in G} \sum_{p^x \in P^x} \sum_{p^y \in P^y} x_{jgp^x p^y k} \leq M_k + (1 - y_k + y_{k+1}) \times \max s, k \in K: k \geq L_{init} \wedge k < K \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{g \in G} \sum_{p^x \in P^x} \sum_{p^y \in P^y} q_j x_{jgp^x p^y k} \leq Q y_k, k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{g \in G} \sum_{p^x \in P^x: p^x - l_{jg} + 1 \leq p_p^x \wedge p_j^x} \sum_{p^y \in P^y: p^y - w_{jg} + 1 \leq p_p^y \wedge p_j^y} x_{jgp^x p^y k} \leq y_k, k \in K \quad (5)$$

$$y_k \geq y_{k+1}, k \in |K| \quad (6)$$

$$y_k = 1, k \in K, k \leq L_{init} \quad (7)$$

$$x_{jgp^x p^y k} \in \{0,1\}, j \in J, g \in G, p^x \in P^x, p^y \in P^y, k \in K \quad (8)$$

$$y_k \in \{0,1\}, k \in K \quad (9)$$

$$M_k \in \mathbb{Z}^+, k \in K \quad (10)$$

A equação (1) refere-se à função objetivo e tem como objetivo minimizar o número de camiões necessários para acomodar o máximo de paletes possíveis no seu interior e garantir que o carregamento é compactado.

A restrição (2) assegura que a procura do produto j é satisfeita. Isto é, o produto j , com orientação g , tem vértice inferior esquerdo localizado na posição (p^x, p^y) do camião k tem uma procura do produto j satisfeita de acordo com o pedido na instância do problema.

A restrição (3) garante a compactação de todo o carregamento efetuado, garantindo que o espaço de carga útil do camião é totalmente utilizado.

A restrição (4) assegura que a soma dos pesos de todas as paletes carregadas num camião não pode exceder o peso máximo suportado do camião.

A restrição (5) assegura que não há sobreposição de paletes em posições já ocupadas por outras paletes, permitindo eliminar casos em que paletes possam ocupar posições já preenchidas por outras.

A restrição (6) ordena os camiões, definindo que o camião $k + 1$ só pode ser utilizado se o camião k é utilizado. A restrição (7) define como unitária a variável associada aos camiões.

As restrições (8), (9) e (10) definem o domínio das variáveis do modelo. As três primeiras variáveis, $x_{jgp^x p^y k}$ e y_k são variáveis binárias, enquanto que a variável M_k apresenta valores inteiros e positivos.

3.3 Novo Modelo

A encomenda enviada para um Cliente é composta por uma lista de produtos, $j \in J$, empilhados em s tipos de paletes pré-estabelecidos, $s \in S$ que tem de ser totalmente satisfeita. Cada paleta do produto j , com dimensões pré-determinadas (l_j, w_j, h_j) , tem uma procura de cada paleta do produto j é n_j unidades, cada uma com um peso q_j . As paletes são carregadas nos camiões.

A companhia de transportes tem um conjunto k de camiões idênticos, largos o suficiente para carregar as paletes. Cada camião tem um espaço de carga com dimensões (L, W, H) e um peso máximo Q . As posições são definidas começando de frente para a traseira do camião, definindo (p^x, p^y) as coordenadas dos pontos de inserção de uma paleta no interior do camião.

As paletes são colocadas no interior do camião, seguindo uma das setes configurações de blocos possíveis, $b \in B$, com um conhecido comprimento de bloco, l_b . Cada bloco tem uma determinada capacidade, c_b , que atende às dimensões do tipo de paletes específico do bloco. Cada bloco apresenta um conjunto de espaços disponíveis nos blocos, $a \in A$.

O carregamento das paletes no interior do camião é realizado como um bloco de uma, duas ou três paletes, de acordo com as características dimensionais das paletes consideradas no estudo.

Na Figura 2 estão representados os possíveis blocos considerados para o carregamento do contentor.

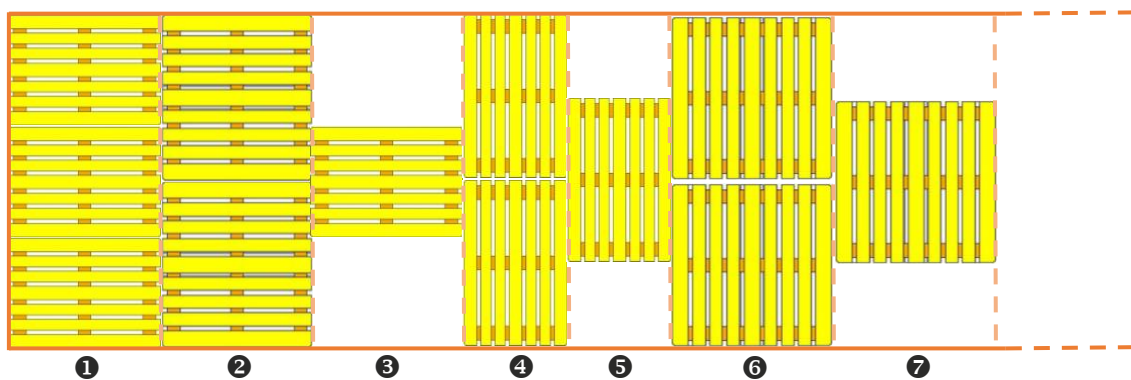


Figura 2 - Tipos de blocos

Cada bloco de um tipo de paleta tem uma capacidade de três, duas ou uma paleta, e um comprimento definido pela orientação da paleta carregada no interior do camião, como é representado na Tabela 8.

Tabela 8 - Características dos blocos

Tipo de bloco	1	2	3	4	5	6	7
Tipo de palete	EUR1	EUR1	EUR1	EUR1	EUR1	EUR2	EUR2
Capacidade	3	2	1	2	1	2	1
Comprimento do bloco (em mm)	1200	1200	1200	800	800	1000	1000

De seguida, é apresentada a formulação matemática do modelo, expondo os parâmetros do modelo (Tabela 9), as variáveis do modelo e as restrições do mesmo (11) - (24).

Tabela 9 - Parâmetros do "Novo Modelo"

Parâmetros	Descrição
B	Conjunto de tipos de blocos
l_b	Comprimento do bloco
c_b	Capacidade do bloco
A	Conjunto de espaços disponíveis nos blocos
P	Conjunto de pontos de discretização no eixo dos x
(p^x, p^y)	Coordenadas de um ponto de discretização
(p_s^x, p_s^y)	Coordenadas de um ponto de discretização de uma paleta do tipo s inserida no espaço de carga
J	Conjunto de tipos de produtos
n_j	Número de paletes requeridas para o produto j (procura)
q_j	Peso de uma paleta do produto j
K	Conjunto de camiões idênticos
Q	Máximo de peso suportado pelo camião
(L, W, H)	Dimensões do espaço de carga de um camião
S	Conjunto de tipos de paletes
(l_p^s, w_p^s)	Dimensões de uma paleta do tipo s
T_{jb}	Valida as combinações possíveis do produto j no bloco b
$\max s$	Número máximo de paletes admissíveis num camião
L_{init}	Limite inferior do número de camiões necessários

As variáveis do “Novo Modelo” são:

$$x_{japk} = \begin{cases} 1, & \text{se o produto } j, \text{ está no espaço } a, \text{ na posição } p, \text{ do camião } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \\ , j \in J, a \in A, p \in P^x, k \in K$$

$$y_k = \begin{cases} 1, & \text{se o camião } k \text{ é usado} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} , k \in K$$

$$z_{bpk} = \begin{cases} 1, & \text{se o bloco } b, \text{ está na posição } p, \text{ do camião } k \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} , b \in B, p \in P^x, k \in K$$

$$M_k: \text{número de paletes no último camião, } k \in K, k \leq L_{init}$$

As restrições do modelo são:

$$\text{minimizar } z = \sum_{k \in K} y_k \times \max s + \sum_{k \in K: k \geq L_{init} \wedge k < K} M_k \quad (11)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{a \in A} \sum_{p \in P} \sum_{k \in K} x_{japk} = n_j , j \in J \quad (12)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{a \in A} \sum_{p \in P} x_{japk} \leq M_k + (1 - y_k + y_{k+1}) \times \max s , k \in K: k \geq L_{init} \wedge k < K \quad (13)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{a \in A} \sum_{p \in P} q_j x_{japk} \leq Q y_k , k \in K \quad (14)$$

$$\sum_{b \in B} z_{bpk} \leq y_k , p \in P, k \in K \quad (15)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{a \in A} x_{japk} \leq \sum_{b \in B} c_b z_{bpk} , p \in P, k \in K \quad (16)$$

$$z_{bpk} \leq 1 - x_{japk} + T_{jb} , j \in J, b \in B, p \in P, k \in K, a \in A \quad (17)$$

$$\sum_{b \in B} \sum_{p \in P: (p_s^x - l_b + 1 \leq p_s^x) \wedge (p_p^x \leq p_s^x)} z_{bpk} \leq y_k , s \in S, k \in K \quad (18)$$

$$y_k \geq y_{k+1} , k \in |K| \quad (19)$$

$$y_k = 1 , k \in K, k \leq L_{init} \quad (20)$$

$$x_{japk} \in \{0,1\} , j \in J, a \in A, p \in P, k \in K \quad (21)$$

$$y_k \in \{0,1\} \quad , k \in K \quad (22)$$

$$z_{bpk} \in \{0,1\} \quad , b \in B, p \in P, k \in K \quad (23)$$

$$M_k \in \mathbb{Z}^+ \quad , k \in K \quad (24)$$

A equação (11) é a função objetivo. O objetivo do problema apresentado é minimizar o número de camiões necessários para acomodar o máximo de paletes possíveis no seu interior e garantir que o carregamento é compactado.

A restrição (12) assegura que a procura do produto j é satisfeita. Por outras palavras, o produto j , no espaço a , na posição p do camião k tem uma procura do produto j satisfeita de acordo com o pedido na instância do problema.

A restrição (13) garante a compactação de todo o carregamento. Isto é, garante que o espaço de carga útil do camião é totalmente utilizado.

A restrição (14) assegura que a soma dos pesos de todas as paletes carregadas num camião não podem exceder o peso total do camião.

A restrição (15) assegura que existem blocos preenchidos no interior de um camião.

A restrição (16) assegura que é satisfeita a capacidade do bloco, isto é, a procura de um produto j , na posição p , a ocupar o espaço a está alocada a um bloco com capacidade necessária para a acondicionar.

A restrição (17) assegura que o bloco onde é alocada uma paleta está numa posição compatível para o receber.

A restrição (18) assegura que não há sobreposição de paletes em posições já ocupadas por outras paletes, isto é, quando um bloco do tipo b , na posição p , do camião k não pode ser ocupado por outro bloco.

A restrição (19) ordena os camiões, definindo que o camião $k + 1$ só pode ser utilizado se o camião k é também utilizado. A restrição (20) define como unitária a variável associada aos camiões.

As restrições (21), (22), (23) e (24) definem o domínio das variáveis do modelo. As três primeiras variáveis, x_{japk} , y_k e z_{bpk} , são variáveis binárias, enquanto que a variável M_k apresenta valores inteiros e positivos.

3.4 Benchmark

O *benchmark* utilizado para o estudo do “Modelo Clássico” e do “Novo Modelo” é composto por 25 instâncias, geradas pelo autor desta Dissertação, assemelhando-se às características de uma normal atividade logística de uma empresa.

As instâncias que constituem este *benchmark* foram criadas em Excel, com a designação “*Instancia_<LowerBound>_<NumberProducts>*”, compostas pelas tabelas que são descritas nos seguintes subcapítulos.

O *benchmark* apresentado está dividido em cinco separadores diferentes, “Pontos de discretização”, “Camião”, “Palete”, “Bloco” e “Procura”, com informação constante à implementação dos testes aos modelos referidos.

3.4.1 Pontos de discretização

De forma a determinar o espaço de pontos de discretização e, consequentemente, encontrar a melhor configuração das paletes no interior do camião, o problema será trabalhado como um problema bidimensional, uma vez que as paletes se assemelham em altura e não é possível empilhar paletes devido às próprias características do produto.

No problema retratado são utilizados dois tipos de paletes: um tipo de paletes com dimensões $1200 \times 800\text{mm}$, as chamadas paletes EUR1, Figura 3, e um segundo tipo de paletes com dimensões $1200 \times 1000\text{mm}$, designadas de paletes EUR2, Figura 4.



Figura 3 – Configuração de uma EUR1



Figura 4 - Configuração de uma paleta EUR2

Tratando o problema como um problema bidimensional, o problema foi resolvido num plano euclidiano \mathbb{N}^2 , como um sistema de coordenadas xy , assumindo que o comprimento do caminhão é representado no eixo dos x e a largura do caminhão é representada no eixo dos y .

Assume-se, também, que a posição $(0,0)$ deste sistema de coordenadas está representada no canto traseiro inferior esquerdo do caminhão. Assim, uma paleta de comprimento l_j e de largura w_j corresponde à região definida pelo retângulo, cujo canto inferior esquerdo está na posição $(0,0)$ e o canto superior direito na posição (l_j, n_j) , como ilustrado na Figura 5.

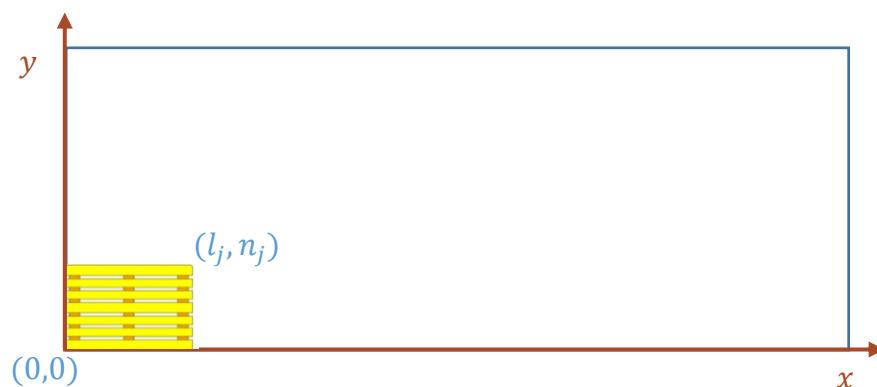


Figura 5 - Região de possíveis pontos de discretização no sistema de coordenadas xy

Herz (1972) estudou uma linha de investigação que permite diminuir o número de variáveis requerendo um menor espaço de memória no procedimento computacional, fazendo-se uso dos chamados **pontos de discretização**.

Com base no estudo de Herz (1972), Cintra, Miyazawa, Wakabayashi, and Xavier (2008) apresentam dois algoritmos que permitem simplificar a obtenção dos pontos de discretização. Estes dois algoritmos, denominados *Discretization by Explicit Enumeration* (DEE) e *Discretization using Dynamic Programming* (DDP), permitem

calcular o espaço de pontos de discretização do comprimento e da largura do caminhão, diminuindo a utilização de espaço de cálculo durante o teste do modelo.

Tabela 10 - Algoritmo DEE (adaptado) (Cintra et al., 2008)

Algoritmo DEE
Input: D (comprimento ou largura), d_1, \dots, d_m Output: um conjunto \mathcal{P} de pontos de discretização (do comprimento ou da largura) $\mathcal{P} = 0, k = 0$. While $k > 0$ do For $i = k + 1$ to m do $z_i = \left\lfloor \frac{D - \sum_{j=1}^{i-1} d_j z_j}{d_i} \right\rfloor$ $\mathcal{P} = \mathcal{P} \cup \left\{ \sum_{j=1}^m d_j z_j \right\}$. $k = \max(\{i z_i > 0, 1 \leq i \leq m\} \cup \{-1\})$. If $k > 0$ then $z_k = z_k - 1$ and $\mathcal{P} = \mathcal{P} \cup \left\{ \sum_{j=1}^m d_j z_j \right\}$. Return \mathcal{P} .

Utilizando o algoritmo DEE, enunciado na Tabela 10, foram obtidos os conjuntos \mathcal{P}_x e \mathcal{P}_y de pontos de discretização do comprimento e da largura, em milímetros, respetivamente, de cada caminhão com as características enunciadas *à posteriori*.

$\mathcal{P}_x = [0, 800, 1000, 1200, 1600, 1800, 2000, 2200, 2400, 2600, 2800, 3000, 3200,$
 $3400, 3600, 3800, 4000, 4200, 4400, 4600, 4800, 5000, 5200, 5400,$
 $5600, 5800, 6000, 6200, 6400, 6600, 6800, 7000, 7200, 7400, 7600,$
 $7800, 8000, 8200, 8400, 8600, 8800, 9000, 9200, 9400, 9600, 9800,$
 $10000, 10200, 10400, 10600, 10800, 11000, 11200, 11400, 11600,$
 $11800, 12000, 12200, 12400, 12600, 12800]$

$\mathcal{P}_y = [0, 800, 1000, 1200, 1600]$

3.4.2 Camião

Neste *benchmark* foi considerado que a frota de camiões utilizada pela empresa de distribuição é idêntica, considerando a utilização *standard* de um caminhão TIR, com as características exteriores ilustradas na Tabela 11.

Tabela 11 - Dimensões e peso de um caminhão TIR (Diário da República, 2017)

Características	Dimensões e Peso
Comprimento máximo do veículo	16500mm
Largura máxima do veículo	2550m
Peso bruto máximo	29 toneladas

As dimensões interiores e o peso bruto máximo do espaço de carga de um caminhão TIR são as apresentadas na Tabela 12.

Tabela 12 - Dimensões e peso do espaço de carga de um caminhão TIR (Diário da República, 2017)

Características	Dimensões e Peso
Comprimento máximo	13600m
Largura máxima	2440m
Peso bruto máximo	25 toneladas

Neste trabalho, a largura máxima do veículo considerada no tratamento das instâncias foi de 2400 mm, uma vez que os 40 mm restantes são utilizados, no mundo “real” para melhor movimentar a carga no interior do caminhão.

Num caminhão TIR com as características referidas anteriores e relacionando com as paletes utilizadas para este estudo, é possível alocar 33 paletes tipo EUR1 (Figura 6) e 26 paletes EUR2 (Figura 7).



Figura 6 - Alocação das paletes EUR1 no espaço de carga útil do contentor (Advanced on Trade, 2017)

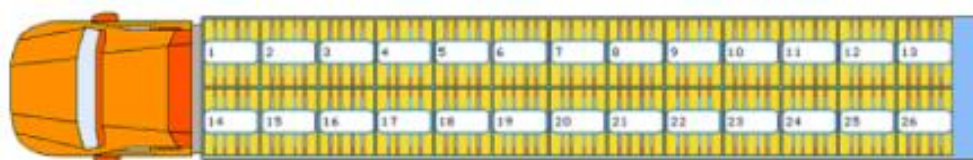


Figura 7 - Alocação das paletes EUR2 no espaço de carga útil do contentor (Advanced on Trade, 2017)

3.4.3 Palete

Neste trabalho foram consideradas dois tipos de paletes, as paletes EUR1 e as paletes EUR2, com as dimensões apresentadas na Tabela 13.

Tabela 13 - Dimensões das paletes (EPAL, 2019a) (EPAL, 2019b)

s	Tipo de paleta	Comprimento (em mm)	Largura (em mm)
1	EUR1	1200	800
2	EUR2	1200	1000

O número máximo de paletes, como exemplificado na Figura 6 e Figura 7 (exposta no subcapítulo anterior), permitiu calcular o peso médio de uma paleta de cada tipo, assim como, o peso mínimo e o peso máximo de cada paleta (Tabela 14). O peso médio foi obtido dividindo o peso bruto máximo do caminhão (25 toneladas) pelo número máximo de paletes por caminhão, isto é, $\frac{\text{peso bruto máximo}}{\text{máximo de paletes por caminhão}}$. O peso máximo e peso mínimo foram obtidos recorrendo ao seguinte cálculo $\text{peso médio} \pm 20\%$.

Tabela 14 - Peso médio, mínimo e máximo de cada tipo de paleta

s	Tipo de paleta	Máximo de paletes por caminhão	Peso médio (em Kg)	Peso mínimo (em Kg)	Peso máximo (em Kg)
1	EUR1	33	757,6	631	909
2	EUR2	26	961,5	801	1154

No “Modelo Clássico” é tida em consideração a orientação de cada tipo de paleta. Assim, foram definidas as orientações apresentadas na Tabela 15 em função do comprimento do caminhão.

Tabela 15 - Orientação das paletes

s	Tipo de paleta	Orientação comprimento 1 (em mm)	Orientação comprimento 2 (em mm)	Orientação largura 1 (em mm)	Orientação largura 2 (em mm)
1	EUR1	1200	800	800	1200
2	EUR2	1200	1000	1000	1200

3.4.4 Bloco

No “Novo Modelo”, as paletes são inseridas no interior do caminhão como um bloco do tipo *B*, isto é, estão definidos sete tipo blocos formados por paletes, considerando as dimensões dos dois tipos de paletes utilizados, conforme exemplificado na Figura 8.

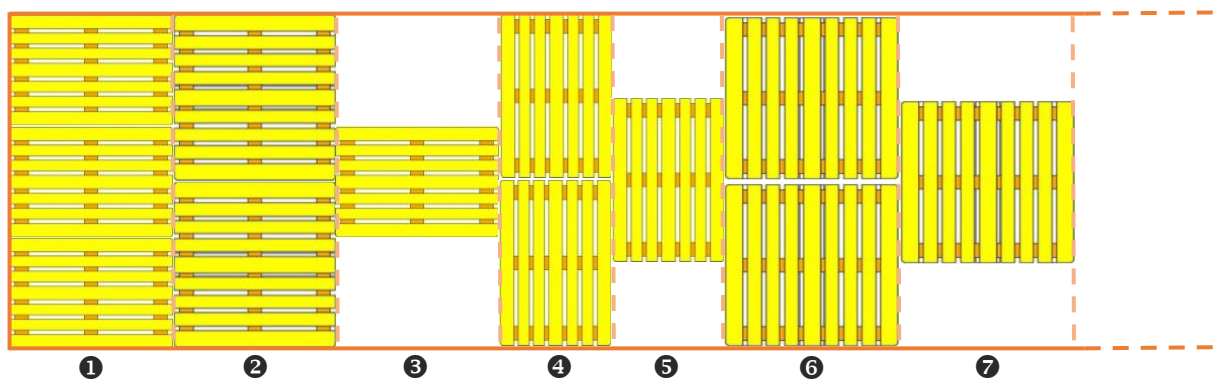


Figura 8 - Tipo de blocos

Cada bloco pode receber três, duas ou uma palete, isto é, a capacidade do bloco (c_b). Cada bloco pode receber um dos dois tipos de paletes. Cada bloco apresenta um comprimento, l_s . Estas características são explicadas na Tabela 16.

Tabela 16 - Características dos blocos

Tipo de bloco	Capacidade	Tipo de palete	Comprimento do bloco (em mm)
1	3	1	1200
2	2	2	1200
3	1	1	1200
4	2	1	800
5	1	1	800
6	2	2	1000
7	1	2	1000

3.4.5 Procura

A procura de cada instância foi obtida aleatoriamente. Para o cálculo dos parâmetros - procura (n_j), peso (q_j) e tipo de palete (s_j) - foi utilizada a função aleatória do Excel, “ALEATÓRIOENTRE”, para obter os dados para cada instância do *benchmark*, conforme o exemplo da Tabela 17.

Tabela 17 - Dados dos parâmetros procura, peso e tipo de palete da Instância_2_2

j	Procura (n_j)	Peso (q_j)	Tipo de palete (s_j)
1	17	837	1
2	38	941	2

A procura (n_j) é obtida através da condição que relaciona o tipo de palete utilizado (s_j), o número máximo de paletes por caminhão ($\max s$) de cada tipo de palete e o número mínimo de caminhões necessários (L_{init}). O peso (q_j) é obtido através da condição que relaciona o tipo de palete utilizado (s_j) e o peso máximo e mínimo definido para cada tipo de palete. O tipo de palete (s_j) é obtido através da função aleatória entre o tipo de palete 1 e o tipo de palete 2.

Tabela 18 - Matriz T_{jb} da Instância_2_2

j	b						
	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	0	0
2	0	0	0	0	0	1	1

No “Novo Modelo”, a matriz T_{jb} (Tabela 18) é uma matriz de avaliação de compatibilidade de um produto j presente num bloco b . Esta avaliação tem em consideração o tipo de palete do produto j , conforme a informação da Tabela 16.

No “Modelo Clássico” são introduzidas duas matrizes de avaliação de compatibilidade entre o comprimento dos produtos j e a orientação g da paleta (s_j), a matriz l_{jg} (Tabela 19) e a matriz de avaliação de compatibilidade entre a largura dos produtos j e a orientação g da paleta (s_j), a matriz w_{jg} (Tabela 20).

Tabela 19 - Matriz l_{jg} da Instância_2_2

j	g	
	1	2
1	1200	800
2	1200	1000

Tabela 20 - Matriz w_{jg} da Instância_2_2

j	g	
	1	2
1	800	1200
2	1000	1200

3.4.6 Geração de uma instância

Do *benchmark* realizado, foram obtidas um conjunto de instâncias, com um limite inferior de caminhões necessários (L_{init}) e o número de produtos (j) diferentes, recorrendo ao Excel, onde foi implementado um algoritmo designado algoritmo de Desenvolvimento das Instâncias (DDI) (Tabela 21)

Tabela 21 Algoritmo DDI

Algoritmo: Desenvolvimento das Instâncias (DDI)

Data: dados relacionados com o problema 3D – SSSCSP

Result: instâncias do problema

Input um número de instâncias a gerar do problema;

randomGen ($L_{init}, J, 1, N$) aleatoriamente gerado um número inteiro no intervalo $[1, N]$, de acordo com (L_{init}, J);

Return número inteiro; **foreach** instâncias do problema **do**

foreach parâmetro do problema $\{j, n_j, q_j, s_j, T_{jb}, l_{js}, w_{js}\}$ **do**

$[1, N] = \text{input}$ um valor máximo;

end

$j = 1 \dots J$;

$(L, W) = \text{input}$ as dimensões (comprimento, largura) de um caminhão;

$(l_j, w_j) = \text{input}$ as dimensões (comprimento, largura) de uma paleta;

Selecionar as características de tamanho e forma do caminhão;

Selecionar as características de tamanho e forma das paletes;

Selecionar os pontos de discretização;

Selecionar as características do tamanho e forma dos blocos;

for $s = 1$ **to** $s = 2$ **do**

$$q_{med} = \frac{Q}{\max s_j};$$

$$q_{min} = \frac{q_{med}}{1,20};$$

$$q_{max} = q_{med} \times 1,2;$$

end

for $j = 1$ **do**

$s_j = \text{randomGen} (s_1, s_2)$;

$$c = \frac{\sum n_{j+1}}{\sum s_j};$$

$$n_j = (L_{init} - c) \times \max s_j;$$

$$q_j = \frac{L_{init} \times Q - c}{n_j};$$

if $s_j = 1$ **then**

$$T_{jb} = \begin{cases} 1, & \text{se } b = 1, 2, 3, 4, 5, \\ 0, & \text{se } b = 6, 7 \end{cases};$$

else

$$T_{jb} = \begin{cases} 1, & \text{se } b = 6, 7 \\ 0, & \text{se } b = 1, 2, 3, 4, 5 \end{cases}$$

```

if  $s_j = 1$  then
     $l_{j1} = 1200;$ 
     $w_{j1} = 800;$ 
     $l_{j2} = 800;$ 
     $w_{j2} = 1000;$ 
else
     $l_{j1} = 1200;$ 
     $w_{j1} = 1200;$ 
     $l_{j2} = 1000;$ 
     $w_{j2} = 1200;$ 
end
for  $j = i + 1$  to  $j = J$  do
     $s_j = \text{randomGen}(s_1, s_2);$ 
     $c = \frac{\sum n_{j+1}}{\sum s_j};$ 
     $n_j = \text{randomGen}(1, \max s_j) \times \frac{L_{init}}{J \times 1,5};$ 
     $q_j = \text{randomGen}(q_{\min s_j}, q_{\max s_j});$ 
    if  $s_j = 1$  then
         $T_{jb} = \begin{cases} 1, & \text{se } b = 1,2,3,4,5, \\ 0, & \text{se } b = 6,7 \end{cases};$ 
    else
         $T_{jb} = \begin{cases} 1, & \text{se } b = 6,7 \\ 0, & \text{se } b = 1,2,3,4,5 \end{cases};$ 
    if  $s_j = 1$  then
         $l_{j1} = 1200;$ 
         $w_{j1} = 800;$ 
         $l_{j2} = 800;$ 
         $w_{j2} = 1000;$ 
    else
         $l_{j1} = 1200;$ 
         $w_{j1} = 1200;$ 
         $l_{j2} = 1000;$ 
         $w_{j2} = 1200;$ 
    end
end

```

3.5 Teste

Para testar os dois modelos matemáticos apresentados foi utilizado o *software* CPLEX, da IBM, um programa que permite desenvolver e implementar modelos de otimização, resolvendo problemas de programação matemática e permitindo tomar a melhor decisão.

A linguagem de programação utilizada para traduzir o problema matemático é a linguagem *Optimization Programming Language* (OPL), uma linguagem de modelação para otimização combinatória que objetiva uma solução simplificada para os problemas de otimização (IBM, 2018).

Todos os testes foram efetuados num computador portátil com as seguintes características: processador Intel[®] Core[™] i5-2410CPU @ 2,30 GHz, 4 GB RAM e sistema operativo Windows Home, de 64 bits.

Foram testadas 25 instâncias para cada um dos modelos, com um tempo máximo total de teste de 600 s, geradas conforme explicado anteriormente, e definidas da seguinte forma na Tabela 22.

Tabela 22 - Instâncias geradas para o teste dos modelos matemáticos

<i>j</i>	<i>L_{init}</i>				
	2	3	4	5	10
2	Instancia_2_2	Instancia_3_2	Instancia_4_2	Instancia_5_2	Instancia_10_2
5	Instancia_2_5	Instancia_3_5	Instancia_4_5	Instancia_5_5	Instancia_10_5
10	Instancia_2_10	Instancia_3_10	Instancia_4_10	Instancia_5_10	Instancia_10_10
15	Instancia_2_15	Instancia_3_15	Instancia_4_15	Instancia_5_15	Instancia_10_15
20	Instancia_2_20	Instancia_3_20	Instancia_4_20	Instancia_5_20	Instancia_10_20

Para aferir o desempenho de cada instância foram retirados do *output* do CPLEX os seguintes parâmetros de avaliação:

- Número de variáveis testadas;
- Número de restrições testadas;
- Objetivo (valor da função objetivo);
- GAP (%);
- Tempo (em segundos).
-

Recorrendo ao *software* CPLEX, foram testados os dois modelos enunciados anteriormente. Os resultados são apresentados na Tabela 23.

Tabela 23 - Resultados dos testes efetuados aos modelos matemáticos (Modelo Matemático e Novo Modelo)

Instância	j	L_{init}	Núm. Variáveis		Núm. Restrições		Objetivo		GAP (%)		Tempo (s)	
			Clássico	Novo	Clássico	Novo	Clássico	Novo	Clássico	Novo	Clássico	Novo
2_2	2	2	4887	3179	1392	11024	93	93	0,00	0,00	1,16	45,48
3_2	2	3	6109	3974	1740	13780	133	133	7,36	0,00	7,47	14,53
4_2	2	4	7331	4769	2088	16536	168	168	0,00	0,00	5,41	16,75
5_2	2	5	8553	5564	2436	19292	200	200	0,50	0,00	600,06	23,77
10_2	2	10	14663	9539	4176	33072	365	366	0,27	0,55	600,06	600,08
2_5	5	2	12207	5375	1615	26399	95	95	0,00	0,00	2,91	4,88
3_5	5	3	15259	6719	2068	32998	125	133	0,43	6,02	29,39	600,14
4_5	5	4	18311	8063	2541	39597	155	156	0,00	0,64	158,06	600,05
5_5	5	5	21363	9407	2824	46196	190	190	0,00	0,00	202,31	242,47
10_5	5	10	36623	16127	4959	79191	364	364	2,47	2,47	600,09	600,08
2_10	10	2	24407	9035	2000	52024	95	95	0,00	1,38	10,50	12,44
3_10	10	3	30509	11294	2548	65028	126	126	0,00	0,00	32,56	78,83
4_10	10	4	36611	13553	3236	78032	157	158	0,00	1,90	87,84	600,06
5_10	10	5	42713	15812	3424	91036	199	199	5,03	5,03	600,09	600,08
10_10	10	10	73223	27107	6104	156056	364	366	6,19	3,26	600,08	600,11
2_15	15	2	36607	12695	2305	77649	93	93	0,00	0,00	16,09	62,00
3_15	15	3	45759	15869	2978	97058	127	127	0,00	0,00	47,43	481,30
4_15	15	4	54911	19043	3691	116467	157	159	0,00	1,26	181,27	600,11
5_15	15	5	64063	22217	4234	125876	199	199	7,60	5,53	600,16	600,13
10_15	15	10	109823	38087	7129	232921	364	373	2,47	4,63	600,25	600,19

(Continuação)

Instância	j	L_{init}	Núm. Variáveis		Núm. Restrições		Objetivo		GAP (%)		Tempo (s)	
			Clássico	Novo	Clássico	Novo	Clássico	Novo	Clássico	Novo	Clássico	Novo
2_20	20	2	48807	16355	3050	103274	91	92	0,31	1,09	50,33	600,09
3_20	20	3	61009	20440	2558	129088	133	124	10,92	0,81	600,09	600,08
4_20	20	4	73211	24533	4326	154902	156	166	0,64	6,63	600,13	600,11
5_20	20	5	85413	28662	4904	180716	199	201	11,21	6,17	601,33	600,14
10_20	20	10	146423	49067	8874	309786	364	396	6,57	16,68	600,16	600,13
Máximo			146423	49067	8874	309786	365	396	11,21	16,68	601,33	600,19
Mínimo			4887	3179	1392	11024	91	92	0,00	0,00	1,16	4,88
Média			43151,80	15859,40	3488,00	91519,92	188,48	190,88	2,48	2,56	297,41	399,36

Realizados os testes aos Modelo Clássico e Novo Modelo, os resultados são apresentados na Tabela 23 e analisados detalhadamente de seguida.

⇒ Núm. Variáveis

No Modelo Clássico, o número de variáveis em análise varia entre 4887 (valor mínimo), resultado do teste à instância “Instancia_2_2”, e 146423 (valor máximo), resultado do teste à instância “Instancia_10_20”.

No Novo Modelo, o número de variáveis em estudo varia entre 3179 (valor mínimo), igualmente para a instância “Instancia_2_2”, e 49067 (valor máximo), resultado da instância “Instancia_10_20”.

O Novo Modelo apresenta um número inferior de variáveis face ao Modelo Clássico. Comparando os valores mínimos e máximos para cada um dos modelos, denota-se uma diferença significativa entre os dois modelos testados. As cinco primeiras instâncias, “Instancia_2_2” à “Instancia_10_2” apresenta uma diferença de 35%, e as cinco últimas instâncias, “Instancia_2_20” à “Instancia_10_20” apresenta uma diferença superior a 66%.

Esta diferença pode ser explicada pelo número de variáveis envolvidas nos dois modelos. No Modelo Clássico estão envolvidas três variáveis – $x_{jgp^x p^y k}$, y_k e M_k – e no Novo Modelo estão envolvidas quatro variáveis - $x_{jap k}$, $z_{b p k}$, y_k e M_k . Apesar de menos uma variável, no Modelo Clássico, a variável $x_{jgp^x p^y k}$ apresenta cinco índices, que resulta em múltiplas combinações possíveis, ao contrário da variável $x_{jap k}$ do Novo Modelo, que apresenta quatro índices.

Naturalmente, é possível denotar que com o aumento do número de produtos (j) e do número limite de camiões necessários (L_{init}), o número de variáveis de decisão também aumenta.

⇒ Núm. Restrições

No Modelo Clássico, o número de restrições envolvidas no teste varia entre 1392 (valor mínimo), para a instância “Instancia_2_2”, e um valor máximo de 8879, para a instância “Instancia_10_20”.

No Novo Modelo, o número de restrições envolvidas no teste varia entre o valor mínimo de 11024, registada para a instância “Instancia_2_2”, e um valor máximo de 309786, para a instância “Instancia_10_20”.

Ao contrário do verificado no parâmetro de análise anterior, número de variáveis, o Novo Modelo apresenta um número elevado significativo face ao número de restrições do Modelo Clássico.

Esta diferença pode ser explicada pelo número de restrições envolvidas em cada um dos modelos matemáticos. No Novo Modelo estão envolvidas 13 restrições gerais (restrições (11) - (24)) e no Modelo Clássico estão envolvidas 10 restrições gerais (restrições (1) - (10)).

Tal como acontece no número de variáveis também no número de restrições, o aumento do número de produtos (j) e do número limite de camiões necessários (L_{init}), o número de restrições também aumenta.

⇒ Valor da função objetivo

Quanto ao valor da função objetivo de cada modelo matemático, o Modelo Clássico e o Novo Modelo apresentam o intervalo de valores entre $[91,365]$ e $[92,396]$, respetivamente.

Para 12 instâncias testadas, o Modelo Clássico apresenta melhor valor da função objetivo do que o Novo Modelo. Ao passo que, apenas 4 instâncias do Novo Modelo apresentam melhor valor da função objetivo do que o Modelo Clássico. E, em 7 instâncias, o valor da função objetivo é igual para os dois modelos apresentados.

A instância “Instancia_4_2” apresenta o mesmo valor da função objetivo para os dois modelos em análise. Tanto num como no outro são obtidos os valores da função objetivo ótimos, neste caso, 168. Este valor é ótimo porque tem um valor de GAP igual a 0,00%, para ambos os modelos.

Por exemplo, para a instância “Instancia_3_2”, tanto o Modelo Clássico como o Novo Modelo apresentam o mesmo valor da função objetivo, no entanto, o Modelo Clássico apresenta um GAP de 7,36% ao passo que o Novo Modelo apresenta um GAP igual a 0,00, isto é, no Novo Modelo é provado a otimalidade, enquanto no Modelo Clássico, embora a solução seja ótima, o *software* CPLEX não conseguiu provar a otimalidade.

Num outro exemplo, a instância “Instancia_10_20” apresenta um valor da função objetivo melhor no Modelo Clássico do que no Novo Modelo, 364 e 396, respetivamente. Nesta instância não foi possível provar a otimalidade, apesar da solução encontrada ser ótima. No entanto, o Modelo Clássico apresenta um valor da função objetivo menor (364) e um valor de GAP menor (6,57%) face ao Novo Modelo que apresenta um valor da função objetivo superior (394) e um valor de GAP superior (16,68%).

É possível observar que para um aumento do limite de camiões necessários (L_{init}), o valor da função objetivo também aumenta.

Na Tabela 23 são realçados a negrito, os melhores valores da função objetivo comparando os dois modelos matemáticos. O objetivo de ambos os modelos é:

minimizar o número de camiões necessários para acomodar o máximo de paletes possíveis no seu interior e garantir que o carregamento é compactado.

⇒ GAP (%)

O GAP, apresentado em percentagem, representa a diferença percentual ao valor ótimo da solução. Assim, quanto mais próximo este valor de zero, melhor é a solução testada, sendo que se o valor for zero, foi provada a otimalidade da solução.

No Modelo Clássico e no Novo Modelo foram 11 e 9 instâncias, respetivamente, que apresentaram um GAP igual a 0,00%, significando isto que nestas instâncias foram obtidas o valor ótimo das soluções. Seis destes GAP = 0,00% são obtidos para ambos os modelos matemáticos, significando que foi obtida a mesma solução ótima nos dois modelos em teste.

Verifica-se que a probabilidade de obter um valor ótimo da solução (GAP = 0,00%) é superior em instâncias com menor número de produtos (j) e menor limite de camiões necessários (L_{init}). Por exemplo, nas instâncias “Instancia_2_20” a “Instancia_10_20” não é provado a otimalidade da solução.

⇒ Tempo (s)

O tempo é o tempo total necessário para encontrar uma solução, isto é, é a duração do teste de cada instância em análise para cada modelo matemático. Este valor é obtido em segundos.

O teste a cada instância está limitado a 600 s, dez minutos.

Relativamente ao tempo, tanto o Modelo Clássico como o Novo Modelo apresentam valores muito semelhantes entre si.

Verifica-se que com o aumento do número de produtos (j) e do limite de camiões necessários (L_{init}), o tempo necessário para obter uma solução também aumenta. Note, por exemplo, que no teste ao Novo Modelo, para as instâncias “Instancia_2_20” e “Instancia_10_20”, as soluções obtidas ultrapassam o limite de tempo imposto (600s), não sendo possível nestes casos obter a solução ótima do problema dentro do limite temporal imposto.

⇒ Representação Gráfica

Além dos resultados revelados na Tabela 23, seguem-se quatro representações gráficas do resultado obtido para o Modelo Clássico e o Novo Modelo, das instâncias

“Instancia_3_5” (Figura 9) (Figura 10) e “Instancia_3_20” (Figura 11) (Figura 12), respectivamente.

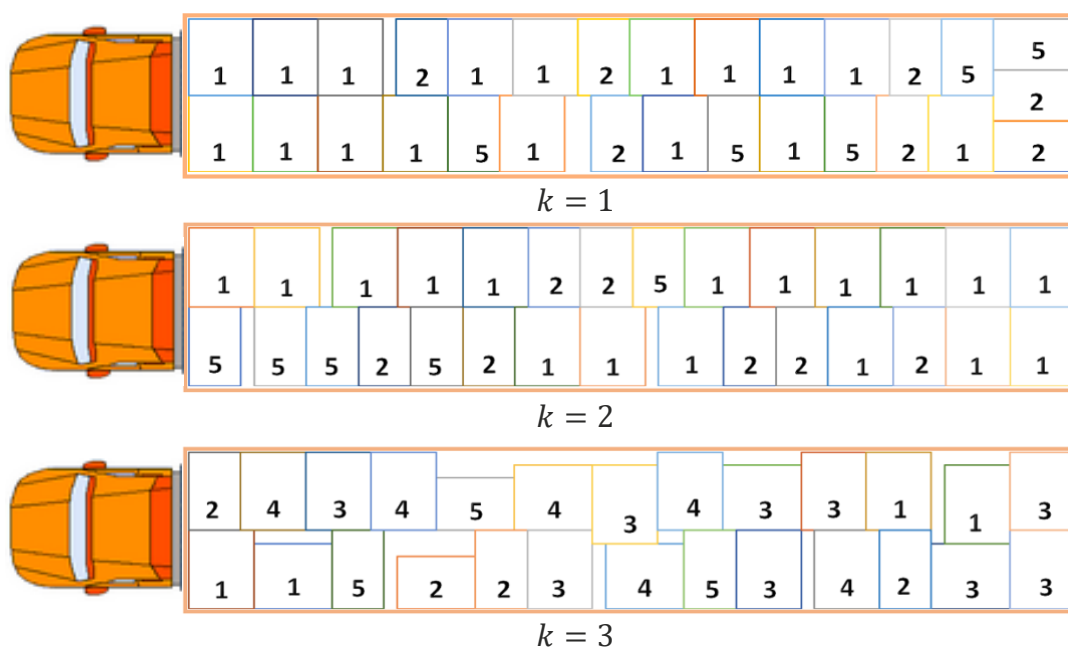


Figura 9 - Representação gráfica do resultado do teste obtido pelo Modelo Clássico, para a instância "Instancia_3_5"



Figura 10 - Representação gráfica do resultado do teste obtido pelo Novo Modelo, para a instância "Instancia_3_5"

Dos resultados e da representação gráfica dos resultados da instância é possível extrair os dados relativos ao número de paletes carregadas no caminhão e o peso de cada caminhão carregado (Tabela 24).

Tabela 24 - Número de paletes e peso de cada caminhão da instância "Instancia_3_5", para o "Modelo Clássico" e o "Novo Modelo"

Parâmetros	Camião		Camião		Camião		Camião	
	$k = 1$		$k = 2$		$k = 3$		$k = 4$	
	Clássico	Novo	Clássico	Novo	Clássico	Novo	Clássico	Novo
Núm. Paletes	29	28	29	28	26	27	---	1
Peso (em Kg)	24999	24656	24999	24708	24998	24769	---	863

No Modelo Clássico são necessários 3 caminhões para alocar todos os produtos j da referida instância. No Novo Modelo são necessários 4 caminhões para alocar todos os produtos j da referida instância. Igualmente, a carga surge mais compactada no Modelo Clássico do que no Novo Modelo.

Para a instância "Instancia_3_5", os resultados alcançados estão representados na Tabela 25.

Tabela 25 - Resultados obtidos para a instância "Instancia_3_5"

Instância	j	L_{init}	Objetivo		GAP (%)		Tempo (s)	
			Clássico	Novo	Clássico	Novo	Clássico	Novo
3_5	5	3	125	133	0,43	6,02	29,39	600,14

O objetivo dos modelos matemáticos aqui apresentados é minimizar o número de caminhões necessários para acomodar o máximo de paletes possíveis no seu interior e garantir que o carregamento é compacto. Assim, e atendendo ao objetivo e às funções objetivos do Modelo Clássico ((1)) e do Novo Modelo ((11)), substituindo as variáveis e parâmetros destas funções objetivos pelos resultados obtidos e visíveis na representação gráfica (Figura 9 e Figura 10), é obtido o seguinte resultado:

$$z = 3 \times 33 + 26 = 125 \quad (25)$$

$$z = 4 \times 33 + 1 = 133 \quad (26)$$

Constata-se que os resultados obtidos e representados nas Figura 9 e Figura 10 vão ao encontro dos resultados das equações (25) e (26), respetivamente para o Modelo Clássico e para o Novo Modelo.

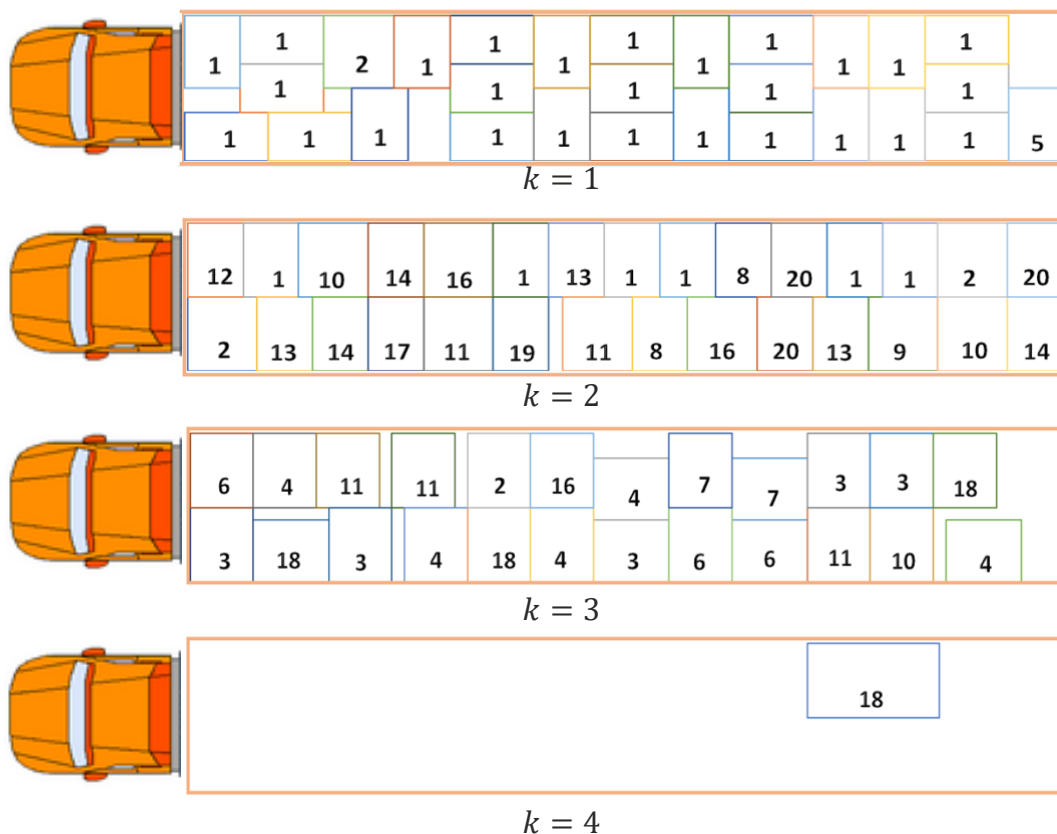


Figura 11 - Representação gráfica do resultado do teste obtido pelo Modelo Clássico, para a instância "Instancia_3_20"

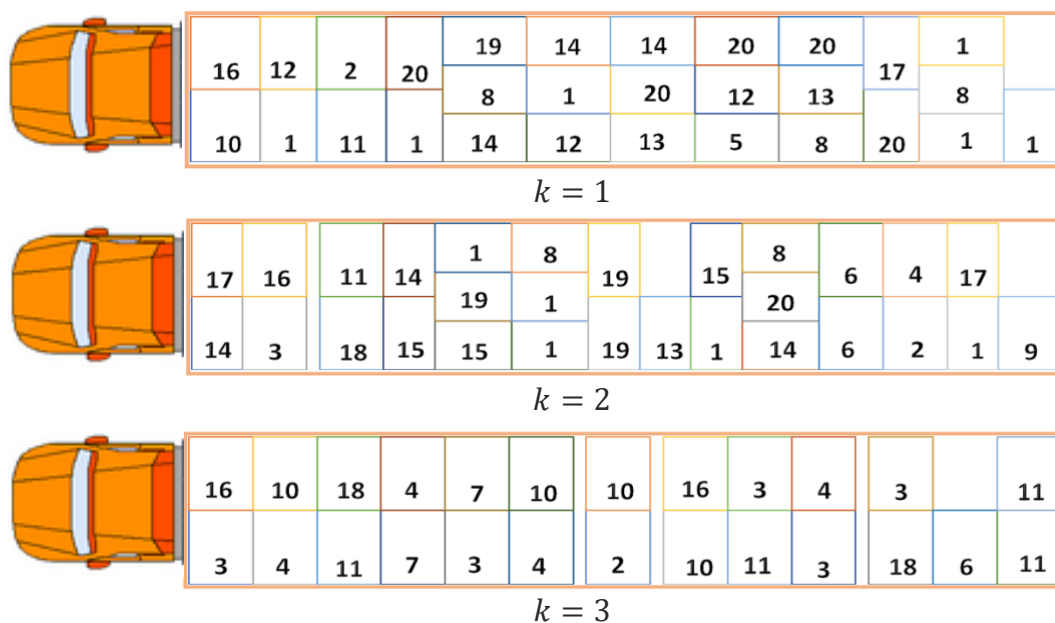


Figura 12 - Representação gráfica do resultado do teste obtido pelo Novo Modelo, para a instância "Instancia_3_20"

Da mesma forma que para a instância anteriormente analisada, dos resultados e da representação gráfica dos resultados da instância é possível extrair os dados relativos ao número de paletes carregadas no caminhão e o peso de cada caminhão carregado (Tabela 24).

Tabela 26 - Número de paletes e peso de cada caminhão da instância "Instancia_3_20", para o "Modelo Clássico" e o "Novo Modelo"

Parâmetros	Camião $k = 1$		Camião $k = 2$		Camião $k = 3$		Camião $k = 4$	
	Clássico	Novo	Clássico	Novo	Clássico	Novo	Clássico	Novo
Núm. Paletes	32	33	31	30	24	25	1	---
Peso (em Kg)	24292	25000	24771	24996	24924	24999	1008	---

Ao contrário da instância anterior, "Instancia_3_5", a instância "Instancia_3_20", apresenta um resultado melhor para o Novo Modelo do que para o Modelo Clássico, conforme os resultados obtidos nos testes efetuados (Tabela 27).

Tabela 27 - Resultados obtidos para a instância "Instancia_3_20"

Instância	j	L_{init}	Objetivo		GAP (%)		Tempo (s)	
			Clássico	Novo	Clássico	Novo	Clássico	Novo
3_20	20	3	133	124	10,92	0,81	600,09	600,08

Atendendo ao objetivo enunciado anteriormente e às funções objetivos dos Modelo Clássico ((1)) e Novo Modelo ((11)), e fazendo as devidas substituições, são obtidas os seguintes resultados ((27) e (28)) que atestam os resultados da Tabela 27.

$$z = 4 \times 33 + 1 = 133 \quad (27)$$

$$z = 3 \times 33 + 25 = 124 \quad (28)$$

Com a análise de todos os parâmetros envolvidos no teste aos dois modelos matemáticos, o Modelo Clássico, em geral, surge mais eficaz do que o Novo Modelo. Contudo, denota-se que o Novo Modelo é igualmente eficaz, constituindo uma abordagem aos modelos matemáticos clássicos dos CLP.

CONCLUSÕES

4 CONCLUSÕES

Neste Capítulo são avaliados os resultados alcançados em relação aos objetivos propostos e identificadas as limitações e propostas temas de desenvolvimento futuro.

O principal objetivo deste trabalho de Mestrado passa pelo desenvolvimento de uma ferramenta de apoio à decisão, que permita obter uma solução ótima num curto espaço de tempo e com uma melhor otimização do espaço, atingindo o objetivo proposto no modelo matemático.

Partindo da abordagem clássica dos modelos matemáticos do Problema de Carregamento de Contentores, foi criado um novo modelo com uma abordagem diferente da abordagem clássica do modelo matemático propostos por outros autores, nos seus trabalhos.

Esta nova abordagem assume que os dois tipos de paletes (*palette standard* e *europalette*) são carregadas no interior do camião, assumindo um dos sete possíveis blocos definidos previamente, e tendo em conta as restrições que os produtos e a carga estão sujeitos.

Os resultados mostram que o Modelo Clássico e o Novo Modelo são muito semelhantes entre si. Contudo, o Modelo Clássico apresenta melhor performance face ao Novo Modelo.

As principais limitações que foram impostas no decorrer deste trabalho de Mestrado foram: o desenho de uma nova abordagem aos modelos matemáticos e o tempo. A primeira limitação refere-se ao desenhar um novo modelo matemático que fizesse o *fitting* entre os objetivos traçados no início do trabalho e as práticas existentes nas empresas. O fator tempo também constitui uma limitação a este trabalho na medida em que este recurso nem sempre foi utilizado da melhor forma, o que limita na obtenção de melhores propostas.

Uma proposta de desenvolvimento deste tema e da ferramenta de apoio à decisão apresentada é utilizar uma técnica de programação relativamente recente, a programação robusta, introduzindo a programação estocástica, para tornar a ferramenta de apoio à decisão mais eficaz e eficiente, uma vez que esta programação permite determinar de forma mais sólida parâmetros do modelo matemático, como por exemplo, os parâmetros peso e procura do produto.

BIBLIOGRAFIA E OUTRAS FONTES DE INFORMAÇÃO

5 BIBLIOGRAFIA E OUTRAS FONTES DE INFORMAÇÃO

- Advanced on Trade. (2017). How many Euro Pallets and Standard Pallets fit in a curtainsider trailer? Retrieved from <https://www.advancedontrade.com/2014/11/how-many-euro-pallets-and-standard-pallets-fit-in-a-curtainsider-trailer.html>
- Alonso, M., Alvarez-Valdes, R., Iori, M., Parreño, F., & Tamarit, J. (2017). Mathematical models for multicontainer loading problems. *Omega*, 66, 106-117.
- Birge, J. R., & Louveaux, F. (2011). *Introduction to stochastic programming*: Springer Science & Business Media.
- Bortfeldt, A., & Wäscher, G. (2013). Constraints in container loading—A state-of-the-art review. *European Journal of Operational Research*, 229(1), 1-20.
- Cintra, G., Miyazawa, F. K., Wakabayashi, Y., & Xavier, E. (2008). Algorithms for two-dimensional cutting stock and strip packing problems using dynamic programming and column generation. *European Journal of Operational Research*, 191(1), 61-85.
- Diário da República, D. L. n. (2017). Diário da República n.º 173/2017, Série I de 2017-09-07, 5313 - 5315. Retrieved from <https://dre.pt/home/-/dre/108113698/details/maximized>
- Eley, M. (2002). Solving container loading problems by block arrangement. *European Journal of Operational Research*, 141(2), 393-409.
- EPAL. (2019a). EPAL 2 INDUSTRIAL PALLET (pp. 1-2): European Pallet Association e.V. (EPAL).
- EPAL. (2019b). EPAL EURO PALLET (pp. 1-2). Düsseldorf: European Pallet Association e.V. (EPAL).
- Herz, J. (1972). Recursive computational procedure for two-dimensional stock cutting. *IBM Journal of Research and Development*, 16(5), 462-469.
- Huang, Y.-H., Hwang, F., & Lu, H.-C. (2016). An effective placement method for the single container loading problem. *Computers & Industrial Engineering*, 97, 212-221.
- IBM. (2018). Simplify complex business decisions using data science. Retrieved from <https://www.ibm.com/downloads/cas/8AQOVLKD>
- Junqueira, L., Morabito, R., & Yamashita, D. S. (2012). Three-dimensional container loading models with cargo stability and load bearing constraints. *Computers & Operations Research*, 39(1), 74-85.
- Lurkin, V., & Schyns, M. (2015). The airline container loading problem with pickup and delivery. *European Journal of Operational Research*, 244(3), 955-965.

- Ramos, A. G., Oliveira, J. F., Gonçalves, J. F., & Lopes, M. P. (2015). Dynamic stability metrics for the container loading problem. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 60, 480-497.
- Ramos, A. G., Oliveira, J. F., Gonçalves, J. F., & Lopes, M. P. (2016). A container loading algorithm with static mechanical equilibrium stability constraints. *Transportation Research Part B: Methodological*, 91, 565-581.
- Ramos, A. G., Oliveira, J. F., & Lopes, M. P. (2016). A physical packing sequence algorithm for the container loading problem with static mechanical equilibrium conditions. *International Transactions in Operational Research*, 23(1-2), 215-238.
- Ramos, A. G., Silva, E., & Oliveira, J. F. (2018). A new load balance methodology for container loading problem in road transportation. *European Journal of Operational Research*, 266(3), 1140-1152.
- Sheng, L., Xiuqin, S., Changjian, C., Hongxia, Z., Dayong, S., & Feiyue, W. (2017). Heuristic algorithm for the container loading problem with multiple constraints. *Computers & Industrial Engineering*, 108, 149-164.
- Tian, T., Zhu, W., Lim, A., & Wei, L. (2016). The multiple container loading problem with preference. *European Journal of Operational Research*, 248(1), 84-94.
- Toffolo, T. A., Esprit, E., Wauters, T., & Berghe, G. V. (2017). A two-dimensional heuristic decomposition approach to a three-dimensional multiple container loading problem. *European Journal of Operational Research*, 257(2), 526-538.
- Wäscher, G., Haußner, H., & Schumann, H. (2007). An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 183(3), 1109-1130.
- Zhao, X., Bennell, J. A., Bektaş, T., & Dowsland, K. (2016). A comparative review of 3D container loading algorithms. *International Transactions in Operational Research*, 23(1-2), 287-320.
- Zheng, J.-N., Chien, C.-F., & Gen, M. (2015). Multi-objective multi-population biased random-key genetic algorithm for the 3-D container loading problem. *Computers & Industrial Engineering*, 89, 80-87.

